

# A construção de espaços e materiais digitais para a educação matemática: a Modelagem Geométrica no Ensino da Geometria

Melissa Meier  
Instituto Federal Catarinense  
Camboriú, SC  
Brasil  
+55 47 96869039  
melissameier@gmail.com

Dante Augusto C. Barone  
Univ. Fed. Rio Grande do Sul  
Porto Alegre, RS  
Brasil  
+55 51 33083986  
barone@inf.ufrgs.br

Marcus Vinícius de A. Basso  
Univ. Fed. Rio Grande do Sul  
Porto Alegre, RS  
Brasil  
+55 51 33086212  
mbasso@ufrgs.br

## ABSTRACT

We present in this work a proposal to the development of a Learning Object (LO), available for any mobile device with Android operating system, which works using the concepts of geometry through Geometric Modeling. Inspired by the basic characteristics of Dynamic Geometry, we use Paul Goldenberg's theoretical foundation to justify the choice of Geometric Modeling as a teaching strategy on the development of mathematical reasoning. Dynamic geometry software is a tool that allows the construction of geometrical figures from the properties that define them. This software have the interesting feature of "stability under move action", i.e., from the geometric construction, one can change the size and position of the figure, however it conserves the geometric properties that were imposed on the construction process, as well as the properties thereon. A Geometric Modeling is based on this feature and it is possible to create mechanism replicas in which the geometric shapes are moving. The interesting thing to work with Geometric Modeling is the ability to modify the look on everyday situations - perceive the presence of mathematics in day-to-day activities. It is with this look of "geometer" that we imagine users of LO transforming ordinary objects into dynamic geometric objects.

## RESUMO

Apresentamos neste trabalho uma proposta para o desenvolvimento de um Objeto de Aprendizagem (OA), acessível através de qualquer dispositivo móvel com sistema operacional androide, que trabalhe conceitos da geometria utilizando a Modelagem Geométrica. Embasamos nossas ideias nas características básicas da Geometria Dinâmica e buscamos na teoria de Paul Goldenberg a fundamentação teórica necessária para justificar a escolha da Modelagem Geométrica como estratégia didática para o desenvolvimento do pensamento matemático. Os programas de geometria dinâmica são ferramentas que permitem a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. Apresentam um interessante recurso de "estabilidade sob ação de movimento", ou seja, feita uma construção, a figura se transforma quanto ao tamanho e posição, mas preserva as propriedades geométricas que foram impostas no processo de construção, bem como as propriedades delas decorrentes. Uma Modelagem Geométrica é baseada neste recurso e é a partir dele que conseguimos criar replicas de mecanismos nos quais as formas geométricas estão em movimento. O interessante para o trabalho com a modelagem geométrica é a possibilidade de modificar o olhar diante das situações cotidianas - perceber a presença da matemática em atividades do dia-a-dia.

## Categorias e Descrição do Assunto

D.3.2 [ Java ]: construções de linguagem e recursos

## Condições Gerais

Performance, experimentação e fatores humanos.

## Palavras-Chave

Geometria Dinâmica, Modelagem Geométrica, *Mobile learning*.

## 1. RESUMO ESTENDIDO

Este trabalho tem como foco principal a investigação e exploração da utilização de dispositivos móveis, mais especificamente os celulares/smartphones (telefones com acesso a redes sociais e Internet), no contexto de ensino/aprendizagem da matemática buscando inseri-los como uma ferramenta, de forma a compartilhar experiências e estimular o interesse pelos conteúdos abordados na escola. Como estratégia, para atingir este objetivo, a ideia é desenvolver um Objeto de Aprendizagem (OA), disponível para qualquer dispositivo móvel com sistema operacional android, que trabalhe conceitos da geometria utilizando como proposta metodológica a Modelagem Geométrica.

Em nosso dia a dia como professores, o que buscamos são alternativas para aprimorar a aprendizagem dos estudantes e, nesse sentido, acreditamos que o uso do celular pode ser um importante aliado nesse processo. Como afirmam Gravina e Basso (2011b) "[...] as mídias digitais se tornam realmente interessantes quando elas nos ajudam a mudar a dinâmica da sala de aula na direção de valorizar o desenvolvimento de habilidades cognitivas com a concomitante aprendizagem de Matemática". A mobilidade e a interatividade produzidas pela inserção dos celulares no ambiente escolar possibilitará que todos compreendam que esta ferramenta é mais que um telefone móvel, que o uso de aplicativos específicos enriquece e aperfeiçoa a distribuição do conhecimento. Ou seja, entendemos que é uma função da escola, educar e agregar valor ao uso desses aparelhos.

Muitas pesquisas estão sendo promovidas para investigar as potencialidades dos dispositivos móveis para a aprendizagem (RUCHTER, KLAR e GEIGER, 2010; BATISTA, 2011). Este campo de pesquisa é conhecido como mobile-learning (m-learning) e engloba o estudo de tecnologias sem fio e computação móvel para permitir que a aprendizagem ocorra em qualquer tempo e lugar, maximizando, desta forma, a liberdade dos alunos.

No contexto da matemática, quando pensamos em recursos e propostas educacionais que podem colaborar para atividades de m-learning, acreditamos que associar as ideias de Paul Goldenberg (1998) com atividades de Modelagem Geométrica, estruturadas a partir da Geometria Dinâmica, pode ser uma alternativa interessante.

Paul Goldenberg (1998) apresenta uma proposta de organização do currículo da Matemática centrada nos “hábitos do pensamento”, que se inserem em estratégias e modos de pensar que contribuem para desenvolvimento das capacidades de experimentar, testar, descobrir, raciocinar, generalizar, argumentar. Goldenberg define “hábitos do pensamento” como “*modos de pensar que adquirimos tão bem, tornamos tão naturais e incorporamos tão completamente em nosso repertório que se transformam, por assim dizer, em hábitos mentais*” (GOLDENBERG, 1998a).

O autor propõe um ensino que seja baseado no desenvolvimento de hábitos mentais que possibilitam ao aluno a criação de uma estrutura que pode ser aplicada em suas interações com o “mundo”. Para ele, um currículo é coerente quando tem um “enredo”, uma mensagem sobre a matemática e, neste sentido, ele nos diz: “*a matemática não são os conteúdos, mas o raciocínio que descobre, reúne e dá sentido a esses conteúdos; a matemática é (em parte) um modo de pensar, um conjunto de hábitos de pensamento*”. (GOLDENBERG, 1998a). Conteúdos e habilidades devem ser selecionados para construir um currículo, mas, principalmente, é o modo como eles são selecionados e, em especial, o modo como são organizados que determinam o tipo de formação escolar pretendida, é o que nos diz o mesmo autor.

O autor sugere, também, algumas tendências do ensino em geral e busca relações com a Matemática, identificando alguns “hábitos do pensamento” que devem ser desenvolvidos nos alunos. Apresentamos a seguir alguns destes “hábitos do pensamento”, trazendo, também, um código de identificação que será utilizado no decorrer deste texto com o objetivo de tornar a comunicação mais objetiva. São eles: *visualizar* (HP-1), *reconhecer padrões ou invariantes* (HP-2), *fazer experiências e explorações* (HP-3), *criar, ser inventor* (HP-4), *fazer conjecturas* (HP-5), *descrever, formal e informalmente, relações e processos* (HP-6) e *raciocinar por continuidade* (HP-7).

Assim, ao optarmos pela utilização do celular nas aulas de Matemática, torna-se necessário compreender que, ao fazer a escolha de um aplicativo para a aplicação de uma atividade matemática, precisamos ter o cuidado de verificar se os recursos disponíveis possibilitam experiências para o pensamento e, conseqüentemente, para o desenvolvimento dos hábitos do pensamento.

Os programas de geometria dinâmica atendem a estas duas funções. São ferramentas que permitem a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. Como indica Gravina et al. (2011), estes programas possuem um interessante recurso de “estabilidade sob ação de movimento”.

A interface interativa dos softwares de geometria dinâmica propicia a realização de experimentos de pensamento e criação de situações que potencializam o desenvolvimento dos hábitos do pensamento. A manipulação direta de objetos na tela do celular, com análise imediata da construção, concorrem para este desenvolvimento.

Segundo Gravina (1998), “*inicialmente, as construções dos alunos são desenhos do tipo “a mão livre”, reproduções de formas conhecidas, como quadrados e retângulos – predomina aí a percepção. Ao movimentarem o desenho, os alunos constatarem que a forma colapsa e deixam de apresentar a impressão visual desejada. Os recursos de “estabilidade sob ação de movimento” desafia os alunos a construir formas sob controle geométrico, isto é, submetidas a propriedades geométricas por eles escolhidas. Na tela do computador, os objetos vão se concretizando sob gradativo controle, na espira ação / formulação / validação*” (GRAVINA, 1998).

O desenho a mão livre esta fortemente associado a visualização (HP1). As tentativas de construção de desenhos que ficam sob o controle geométrico estão relacionadas com os hábitos de reconhecimento de padrões e invariantes (HP-2). Na *espiral ação / formulação / validação* vemos a presença do hábito de *fazer experiências e explorações* (HP-3) e também daquele que refere a *reconhecer padrões ou invariantes* (HP-2). Na formulação e validação, identificamos os hábitos de *descrever relações e processos* (HP-6) e de *fazer conjecturas* (HP-5). Quanto ao hábito de *raciocinar por continuidade* (HP-7), vemos que ele acontece, quando os alunos manipulam a construção e vem na tela um conjunto de instancias do conceito em questão. O processo de construção de um quadrado ajuda a esclarecer nossas considerações: quando o aluno constrói o quadrado se apoiando tão somente na *visualização*, ao movimentar seus vértices ele se deforma. Para conseguir os *invariantes* “*lados congruentes*” e “*ângulos retos*” o aluno precisa usar procedimentos de construção (propriedades matemáticas).

No trabalho com geometria dinâmica, Goldenberg (1998b) coloca especial atenção no hábito de raciocinar por continuidade (HP-7) – com ele, os alunos estão construindo conexões entre a geometria e a matemática da mudança contínua. Segundo este autor, nos ambientes de geometria dinâmica, “*os alunos criam construções, e arrastam um ponto sobre o ecrã ao mesmo tempo que observam o efeito que isso tem num outro objecto (ponto, segmento, medição,...) ou relação entre objectos*”.

No que segue, vamos tratar de modelagem geométrica, procurando também ilustrar de que forma este tipo de atividade pode ajudar no desenvolvimento de hábitos do pensamento. De início, esclarecemos que um modelo matemático é uma representação, na linguagem da matemática, de certo fenômeno. A modelagem geométrica é uma representação de fenômenos no qual a linguagem da geometria se faz presente - são modelos construídos a partir de pontos, retas, segmentos, dentre outros elementos. Os fenômenos que nos interessam estão presentes em nosso cotidiano. Podemos observar, em diversos mecanismos ao nosso redor, situações nas quais a geometria se faz presente. Neles as formas geométricas se apresentam em movimento e a título de ilustração trazemos alguns exemplos: na praça de brinquedos há o vai e vem do balanço; nas janelas basculantes vemos o movimento de giro de suas folhas; nas portas pantográficas vemos o deslizamento das grades.



Figura 1. Imagem de uma porta pantográfica.

Como exemplo para implementação de uma modelagem geométrica trazemos a construção de uma porta pantográfica. Iniciamos o processo olhando atentamente para o funcionamento do mecanismo que queremos modelar. Na porta pantográfica (Figura 1), vemos que as grades, todas do mesmo tamanho, deslocam-se de um lado para o outro, aproximando-se em um sentido e afastando-se em outro.

Iniciamos a modelagem construindo o segmento que vai determinar a base do “marco” da porta. Sobre este segmento colocamos um ponto M e construímos um novo segmento, com uma extremidade neste ponto e a outra em uma das extremidades do primeiro segmento (Figura 2). Este segundo segmento determinará o movimento do modelo geométrico, pois servirá como base para a “grade” da porta pantográfica.

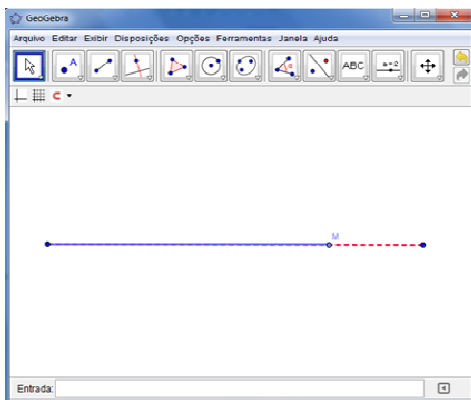


Figura 2. Início da construção da porta pantográfica.

Com o recurso Ponto Médio, construímos o ponto médio deste segundo segmento e, na sequência, os pontos médios dos segmentos determinados por estes três pontos, e assim sucessivamente. Assim, quando movimentamos o ponto M, criamos o efeito de “recoo” da porta, pois os pontos que estão no segmento se acumulam conforme a aproximação dos pontos dos extremos. Esta construção e efeito estão ilustrados na Figura 3.

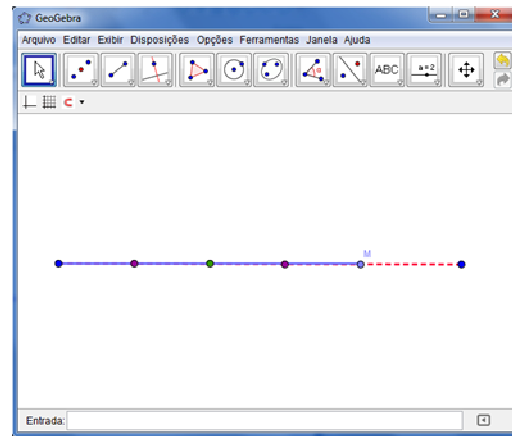


Figura 3. Construção dos pontos médios que determinaram o movimento do modelo.

Concluída esta etapa da construção, que é base de todo o movimento, resta apenas construir a grade da porta pantográfica. Essa grade é gerada a partir de dois segmentos. Inicia-se esta etapa construindo o primeiro “X” da “grade”, conforme Figura 4.

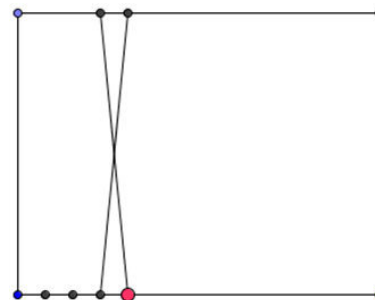


Figura 4. Início da construção da grade da porta pantográfica e visualização do efeito produzido pelo deslocamento do ponto MOVA.

Os demais elementos que compõem a “grade” da porta são construídos através do recurso Reta Reflexão com Relação a uma Reta. Com estes procedimentos, quando movimentamos o ponto extremidade do segmento, o efeito “sanfona” dos pontos produz o efeito “sanfona” da grade, como ilustra a Figura 5.

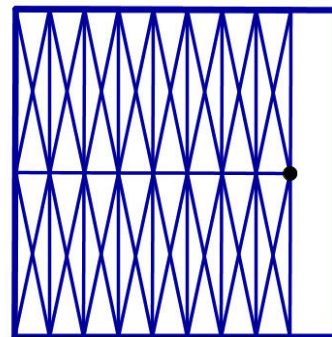


Figura 5. Modelagem Geométrica porta pantográfica.

O exemplo da “Porta Pantográfica” evidencia que, para implementar uma modelagem geométrica, nossa primeira atitude é ter um olhar atento ao mecanismo que se pretende modelar. Assim, de imediato, faz-se presente a visualização (HP-1). Na sequência, o que entra em jogo é o reconhecimento das invariantes e dos processos (HP-2) envolvidos no movimento do objeto. Então, concluída esta fase de análise do objeto a ser modelado, parte-se para a construção efetiva do modelo. Neste momento muitos “hábitos do pensamento” se inter-relacionam, pois ao mesmo tempo em que raciocinamos por continuidade, quando em ambientes de geometria dinâmica, exploramos as ferramentas disponíveis e conjecturamos sobre a utilização das mesmas criando, desta forma, uma estratégia para construção do modelo geométrico.

As construções como esta da porta pantográfica, mesmo em situações muito simples, propiciam, como já comentamos anteriormente, o desenvolvimento de raciocínios geométricos/pensamento matemático. O interessante para o trabalho com a modelagem geométrica é a possibilidade de modificar o olhar diante das situações cotidianas – perceber a presença da matemática em atividades do dia-a-dia. É com este olhar de “geômetra” que imaginamos os usuários do OA transformando objetos comuns em dinâmicos objetos geométricos.

## 2. REFERÊNCIAS

- [1] BATISTA, Silvia Cristina Freitas. M-LEARNMAT: Modelo Pedagógico para Atividades de M-Learning em Matemática. Tese de Doutorado. Porto Alegre: UFRGS, 2011.
- [2] GOLDENBERG, E. P. (1998 a). “Hábitos de pensamento” um princípio organizador para o currículo (I). *Educação e Matemática*, 47, 31-35.
- [3] GOLDENBERG, E. P. (1998 b). “Hábitos de pensamento” um princípio organizador para o currículo (II). *Educação e Matemática*, 48, 37-44.
- [4] GOLDENBERG, E. P. (Eds). 1999. *Quatro Funções da Investigação na Aula de Matemática* Lisboa: APM e Projeto MPT.
- [5] GRAVINA, Maria A., SANTAROSA, Lucila. M. *Aprendizagem Matemática em ambientes informatizados*. IV Congresso RIBIE, Brasília, 1998.
- [6] GRAVINA, M.A., et. al. *Geometria Dinâmica na Escola*. In: GRAVINA, M.A. et. al. (Orgs). *Matemática, Mídias Digitais e Didática – tripé para a formação de professores de Matemática*. Editora da UFRGS, 2011, p. 26-45. Disponível em: <[http://www6.ufrgs.br/espmat/livros/livro\\_matematica\\_midias\\_didatica\\_completo.pdf](http://www6.ufrgs.br/espmat/livros/livro_matematica_midias_didatica_completo.pdf)>. Acesso em: 21 fevereiro 2013.
- [7] GRAVINA, M.A., BASSO, M.V.A. *Mídias Digitais na Educação Matemática*. In: GRAVINA, M.A. et. al. (Orgs). *Matemática, Mídias Digitais e Didática – tripé para a formação de professores de Matemática*. Editora da UFRGS, 2011, p. 4-25. Disponível em: <[http://www6.ufrgs.br/espmat/livros/livro\\_matematica\\_midias\\_didatica\\_completo.pdf](http://www6.ufrgs.br/espmat/livros/livro_matematica_midias_didatica_completo.pdf)>. Acesso em: 21 fevereiro 2013.
- [8] RUCHTER, M.; KLAR, B.; GEIGER, W. Comparing the effects of mobile computers and traditional approaches in environmental education. *Computers & Education*, Oxford, UK: Elsevier Scienc Ltd, v. 54, p. 1054–1067, 2010.