

A investigação e a representação digital no processo de abstração na construção dos conceitos de Matemática

Aline Silva de Bona
IFRS
vivaexatas@yahoo.com.br

Maria Thereza Costa Coelho
USP
mtdesouza@usp.br

Marcus Vinicius de Acevedo
UFRGS
mbasso@ufrgs.br

RESUMO

O trabalho é um estudo teórico e prático sobre a simbologia e a linguagem/representação própria desenvolvida pelos estudantes, do Ensino Fundamental, de uma Escola Pública, de Porto Alegre, em 2013, para resolverem problemas de Matemática a partir dos aparelhos celulares, pelo aplicativo *Whats app*. O objetivo do estudo é analisar esta escrita dos estudantes que representam suas ideias, e assim mostram a compreensão dos conceitos de Matemática por um progresso de abstrações. O estudo está alicerçado na teoria de Piaget sobre Abstração Reflexionante, inicialmente destaca-se os conceitos de: investigação nas aulas de Matemática e abstração reflexionante, depois elucidada-se com exemplos práticos. É possível constatar que cada representação conceitual de Matemática escrita pelos estudantes nas suas interações via celular como passos da resolução do problema de Matemática, de acordo com a codificação por estes compreendida, é uma ou um conjunto de abstrações reflexionantes dos estudantes.

Palavras - Chaves

Aprendizagem, Atividades de Investigação, Escrita Matemática.

ABSTRACT

The work is a theoretical and practical study of the symbology and language / own representation developed by students in elementary school, a public school in Porto Alegre in 2013, to solve math problems from mobile handsets, application *Whats app*. The objective of this study is to analyze the writing of students who represent their ideas, and thus show an understanding of the concepts of mathematics for a progress abstractions. The study is grounded in Piaget's theory of reflective abstraction, initially highlights the concepts of: Research in Mathematics classes and reflective abstraction, then clarifies with practical examples. It can be seen that each conceptual representation of mathematics written by students in their interactions via phone as steps of solving the math problem, according to these coding understood, is one or a set of abstractions reflexionantes students.

Keywords

Learning, Research Activities, Writing Mathematics

1. INTRODUÇÃO

Atualmente é de notório saber o desinteresse dos estudantes da Escola Básica pelas aulas de Matemática, seja pela dinâmica da aula e/ou pela dificuldade da disciplina, além de outros motivos. Da mesma forma, as lamentações dos professores de Matemática quanto a ação dos estudantes em sala de aula, que são precárias e sem nenhum entusiasmo em participar ao menos das atividades propostas. Paralelamente, ainda, se faz presente na fala dos professores da Escola Básica, de uma forma, geral, que estes não compreendem determinadas dificuldades apresentadas pelos estudantes, como exemplifica-se as falas de professores das entrevistas, nesta escola: “Com 12 anos e ainda não sabe dividir com números decimais, como pode?”; “Os alunos trocam operações na leitura dos problemas de matemática ainda no 8º

ano?”; “Muitas vezes não entendo o que os alunos não entendem, pois faço os exercícios no quadro com eles, e explico passo a passo”. Diante deste cenário se faz cada vez mais necessário, e como também apontam Fiorentini e Lorenzato (2007) [10], desenvolver pesquisas que articulem, desde a teoria a prática como a Universidade e a Escola Básica, as áreas do conhecimento como Educação Matemática, suas formas e meios, e a Psicologia Escolar, em particular do Desenvolvimento e da Aprendizagem. Tendo como forma a investigação em sala de aula e como meio os recursos da tecnologia digital online, como o aplicativo *Whats app*. E para compreender como se dá a construção dos conceitos de Matemática dos estudantes, por esta forma e meio, faz-se uso do conceito da abstração reflexionante da Teoria Piagetiana.

Os estudantes estão cada vez mais apropriados dos recursos digitais *online*, e com isso é natural criarem maneiras – linguagens e representações - de se comunicar e informar, mesmo que no caso da Matemática, não existam nestes aplicativos os símbolos corretos. Assim, o objetivo do estudo é analisar esta escrita dos estudantes que representam suas ideias, e assim mostram a compreensão dos conceitos de Matemática por um progresso de abstrações.

2. INVESTIGAÇÃO NAS AULAS DE MATEMÁTICA

O trabalho docente precisa ser baseado no diálogo (Freire, 1996) [11], num processo dinâmico de interação entre todos os estudantes entre si e com o professor para assim se construir conhecimento em sala de aula [10], e proporcionar aos estudantes a ação de aprender baseada na investigação. A ação de investigar em sala de aula de Matemática permite ao estudante sentir-se um matemático de acordo com seu amadurecimento e nível de desenvolvimento. Ou seja, como disse Piaget [10], o sujeito quando, por seu interesse e curiosidade, procurar, através da sua ação, entender, compreender e aprender algo novo, todas as suas estruturas se modificam, num processo de assimilação e adaptação. Assim articulado a ação de investigar por Piaget tem-se a definição deste conceito, segundo Ponte, Brocardo, Oliveira [13], no âmbito da Educação Matemática, que é procurar compreender, procurar soluções para os problemas que nos deparamos, e trata-se de uma capacidade importante para todos os cidadãos, logo deve ser trabalhada na escola, tanto com o estudante quanto com o trabalho docente. Além disso, toda a atividade de investigação contribui para a construção dos conceitos de Matemática (conhecimento), porque possibilita o estudante a intuir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar, e apresentar os resultados encontrados aos colegas, de acordo com tais ideias também [13], [11,12], [1,2].

No processo de resolução da atividade de investigação, que muitas vezes pode ser uma resolução de um problema com questões mais aberta, como exemplo, ainda, apontam que as resoluções dos estudantes reforçam as atitudes de autonomia [6] e de cooperação [2], pelo trabalho coletivo (em grupos), além da capacidade de comunicação oral e escrita. Com isso, ao se resolver problemas de investigação estão presentes as etapas, conceitos, procedimentos e

representações Matemática, mas o que as caracterizam é a lógica de conjectura, teste e demonstração, segundo Bona [1].

Uma das etapas mais encantadora aos estudantes pela possibilidade de múltiplas interações entre todos, sejam estas presenciais ou *online*, é o momento da socialização, da troca de ideias entre as resoluções pensadas nos pequenos grupos agora com a turma toda e o professor. Essa etapa proporciona uma troca entre os estudantes que é fundamental para a abertura de novas formas de resolução, caminhos e possibilidade de se resolver a atividade fazendo uso de uma ferramenta de Matemática ou de outras, mas chegando-se a mesma solução. Quando os estudantes compreendem através da resolução dos colegas uma forma diferente da sua de resolver ele explora novas ferramentas de Matemática e reflete sobre seu processo de aprendizagem da Matemática, para Bona [2].

Há várias discussões filosóficas sobre as diferentes concepção da Matemática, nesta pesquisa, adota-se a solução Kantiana, que contempla o que Piaget denominou de “problema central da epistemologia”, por incorporação de duas ideias a esta ciência, primeiramente, a de que a Matemática é axiomática, pois pode ser construída sem que necessariamente exprima o mundo real ou se origine deste; e a outra de que a Matemática é um exercício de observação, porque pode ser desenvolvida a partir de atividades práticas, ou da experiência, segundo Nogueira e Pavanello [9]. Nesse cenário, a Epistemologia Genética mostra as formas de como são construídos os conceitos de Matemática. Este interesse de Piaget pela Matemática possibilita que hoje muitos dos professores compreendam um pouco como aprendem seus estudantes, cita-se algumas pesquisa baseadas nesta ideia na Educação Matemática: [7], [8], [2], e outros.

A mobilização dos estudantes em aprender Matemática através das atividades de investigação é o cenário foco desta pesquisa, que analisa e compreende o processo de construção dos conceitos de Matemática dos estudantes. Sendo este artigo um recorte desta pesquisa, que é de Pós-Doutorado, realizada no primeiro semestre de 2013, por uma das autoras, vinculada ao Instituto de Psicologia da Universidade de São Paulo. Cada processo de construção do conceito é contemplado por inúmeras representações, e estas representações são mostradas pelos estudantes em cada passo da resolução de uma atividade investigativa, assim como suas transformações desde a primeira fase de exploração até a última de apresentação aos colegas. Para tal análise e compreensão se faz necessária a articulação dos conceitos de abstração reflexionante [11] e da equilíbrio, num processo metodológico encadeado entre a aula, a atividade, o professor e o estudante.

3. ABSTRAÇÃO REFLEXIONANTE

Importante pensar também que apenas a ação pela ação não levaria a uma mudança para níveis mais elevados da inteligência. Desta reflexão Piaget [11] defini abstração e seus tipos, além de suas relações com o conhecimento. Para Bona [2], o conhecimento não decorre da ação prática em si mesma, mas do que se pode abstrair das ações sobre os objetos, do que se pode compreender dos objetos e das ações, daí importa a tomada de consciência da ação, a compreensão das características do objeto e a significação do vivido em direção a novas operações, ou a novos patamares de conhecimento, sendo que isso implica em abstração. Assim, a abstração está relacionada com os esquemas de assimilação do sujeito; e a assimilação estaria limitada naqueles esquemas que sintetizam experiências anteriores (abstrações passadas).

A abstração empírica, que se apóia sobre os objetos físicos ou os aspectos materiais da própria ação, como movimentos, segundo Piaget (1977, p. 5) [11], fornece uma conceituação de certa forma

descritiva dos dados de observação constatados nas características materiais da ação. Já a abstração reflexiva, que “*se apóia sobre as formas e todas as atividades cognitivas do sujeito, tais como os esquemas ou coordenações de ações, operações, estruturas e outras, para delas retirar certos caracteres e utilizá-los para outras finalidades, como novas adaptações ou novos problemas*”, segundo Piaget (1977, p.6) [11], esta retira das coordenações da ação é necessária para construir as coordenações inferenciais que, no nível do conceito, permitem ligar e interpretar esses dados de observação. Tais coordenações e o próprio processo reflexionante podem permanecer inconscientes ou provocar tomadas de consciência e conceituações distintas. Mas quando o objeto é transformado pelas ações do sujeito e enriquecido por propriedades retiradas de suas coordenações, tem-se um caso particular de abstração reflexionante, denominado abstração pseudo-empírica. Para Piaget [11], a abstração pseudo-empírica acontece porque ao agir sobre o objeto e sobre seus observáveis atuais, as constatações, de forma semelhante ao que acontece na abstração empírica, alcançam os produtos da coordenação das ações do sujeito. E a abstração refletida é o resultado de uma abstração reflexionante após tornar-se consciente.

Portanto, citados também por Bona, Fagundes, Basso [3], destacando como possível aplicar a Teoria de Piaget [11] à Matemática, a abstração reflexionante comporta dois aspectos essenciais: o reflexionamento, que é a projeção daquilo que foi retirado de um patamar inferior sobre um patamar superior, e a reflexão, que pode ser compreendida como o ato mental de reconstrução e reorganização sobre o patamar superior do que foi transferido a partir do inferior. A conceituação não constitui uma simples leitura. Para Piaget [11]ela é uma reconstrução que acrescenta características novas sob a forma de ligações lógicas. Essas ligações estabelecem conexões entre a compreensão e as extensões. Já as coordenações construídas no plano da ação não são novas, mas são extraídas por abstração reflexionante de mecanismos anteriores, como os processos existentes nas regulações, de modo que a própria ação, em relação ao seu substrato neurológico, constitui uma espécie de tomada de posse progressiva, com reconstrução e enriquecimento, semelhante ao que é a conceituação em relação à ação.

Então a abstração será maior ou menor dependendo do contexto onde o estudante esteja inserido, e neste contexto vale-se do tipo do mesmo. O contexto serve para alimentar as experiências anteriores ou os esquemas. Portanto, a preocupação em apresentar atividades que contemplem a ação de investigar dos estudantes para a construção dos conceitos de Matemática devem ser frequentes. Assim, a ação torna-se fundamental no processo pedagógico, pois ela torna viável a experiência, que possibilita as mudanças de esquemas, e esta ação pode estar relacionada com a realização de algo concreto e ao mesmo tempo interpretativo. O conhecimento prático constitui a matéria prima do conhecimento. É sobre ele que se faz a abstração e Piaget dá importância para a abstração ou a tomada de consciência que é uma ação eminentemente e progressivamente interna. Fazer uso do concreto, do abstrato e do prático, proporciona aos estudantes uma alternância ininterrupta de reflexionamentos enquanto realização das ações para realizar as atividades de investigação.

4. A REPRESENTAÇÃO DIGITAL CONSTRUÍDA PELOS ESTUDANTES PARA APRENDER MATEMÁTICA NO *Whats app*

O aplicativo *Whats app* escolhido pelos estudantes é semelhante ao antigo MSN, ou seja, uma comunicação dinâmica e síncrona. Quando os estudantes começaram a usar este recurso, a professora

de Matemática os questiona da escolha deste, e a resposta, na sua maioria, foi: “Sora todos temos celular que pega wifi em algum lugar free e dai é bem rápido de trocar ideias quando estamos estudando em qualquer lugar”; “Wifi hoje tem por tudo, e este aplicativo Whats é free, não gasta crédito e dai os pais não brigam, é como acessamos o facebook”; “É tri dinâmico, rápido e fácil este aplicativo, e baixa rapidinho, dai estudar matemática ali é bem legal, e também qualquer coisa chama-se o google também para informação, entende?”; “Todos sabem usar este aplicativo, só a sora não tem, mas se quiser pode baixar no seu computador, a gente ajuda, tá?”. Observando as falas dos estudantes é fácil perceber a familiaridade dos estudantes com o aplicativo, e a facilidade com que encontram soluções para ter Internet, no caso, que poderia ser um dificultador financeiro para alguns. Além disso, estes sabem destacar claramente que a interação dinâmica entre os estudantes para estudar os encanta, fato este do imediatismo descrito em inúmeras pesquisas, como de Bona [2], que é consequência desta geração atual.

Apropriando-se desta experiência vivida pela docente de Matemática, uma das autoras deste artigo, observa-se as resoluções de algumas atividade-problemas de investigação realizadas por estes estudantes de 8º ano do Ensino Fundamental no *Whats app*, numa Escola Pública, de Porto Alegre, em 2013. A turma é composta de 30 estudantes, todos sempre presentes em sala de aula e com idade média de 13 anos. A seguir transcrever-se a resolução de uma atividade-problema alicerçada no conceito de investigação de Matemática, iniciada em sala de aula presencial, e terminada no aplicativo *Whats app*. O conceito de Matemática explorado nessa atividade, previsto pelo planejamento docente, inicialmente, era diferenciar perímetro de área em figuras planas conhecidas pelos estudantes, para desta atividade construir-se o conceito de polinômio. A professora propôs aos estudantes, para resolverem em trios: “Como vamos calcular quanto preciso de cordão para fazer uma caixa de brinquedo na forma de um paralelepípedo retângulo, de medidas 2, 3 e 5 cm, e também, quanto de área tenho em cada lado da caixa?”.

Inicialmente os estudantes começaram a fazer desenhos no papel da caixa colocando suas medidas, e depois, a maioria, planifica a caixa com tampa. A aula era apenas um período de 50 min antes do intervalo para o recreio, assim interagiram um pouco, não sendo possível terminar na aula, mas a professora deixa a atividade de tema de casa. Como é costume desta solicitar no dia seguinte que um estudante ou mais apresentem suas resoluções do tema de casa em aula para os colegas, eles já sabiam que este seria solicitado na próxima aula, então da necessidade de se fazer durante a tarde ou noite do dia. Os estudantes são denominados de A1, A2, A3, A4 e A5, pois faz-se um recorte nas interações dos estudantes no *Whats app*, devido ao número limitado de páginas deste artigo, mas que em nada prejudica a compreensão do que se propõe nesta neste estudo. O estudante A1 chama todos os colegas da turma no recreio da escola para resolverem o problema de tema de casa, no *Whats app* de tarde, como apenas 6 dos 30 tem celular com Internet, os demais apenas respondem de tarde. Durante a tarde, 26 dos 30 estudantes estavam interagindo no *Whats app* sobre como resolver o problema de Matemática, e os demais justificaram aos colegas em algum horário do dia no aplicativo que tinham compromissos de tarde e apenas a noite iriam acessar para ajudar. Sendo esta ação uma atitude que demonstra o envolvimento dos estudantes com os colegas, com a atividade, e com seu aprender, porque percebem/entendem que é preciso fazer a atividade para compreender. Adiante recorte das interações no aplicativo:

A1: “Pensei 1º chão e dai paredes, pq são 3 tipos d retângulos só, mas diferentes, e contorna todos, todos x 2 dá o perímetro, ne?”

A2: “Não, vai dar pedaços repetidos...as paredes se colam, tem d ser 1 por 1, tipo chão $2+3+2+3$ dai sobre 4 paredes d 5, e tampa = chão, isso dá $10 \times 2 + 4 \times 5 = 20 \times 2 = 40 \text{ cm}$ ”

A3: “Eu esqueci da tampa, dai achei 30, mas fiz pegando 1 ponto e indo contando d frente, olha agora... $2 + 5 + 2 + 5 + 3 + 5 + 3 + 2 + 5 + 2 + 3 + 3 = 40 \text{ cm}$ ”

A1: “É o mesmo q A2 só q não pensou no retângulo e contou eles?”

A4: “Não entendo nada, não é p/fazer 2×3 e 2×5 e 3×5 depois são 6 paredes dai x 2?”

A5: “Sim, amigo, isso é área e tamo fazendo perímetro.”

A2: “A área é preencher e o perímetro é contornar, lembra da folha d papel na aula?”

A4: “Ah tá, troquei. Minha área deu $12 + 20 + 30 = 62 \text{ cm}^2$ ”

A6: “Não vejo o 2×5 , A4?”

A3: “Abre a caixa? Tem 6 paredes né? Agora vê medidas delas? Imaginou?”

A5: “Ou fecha os olhos e imagina os palitos subindo e descendo...eu faço assim cada vez, imagino...”

A4: “Eu risco no papel e dai vou marcando o q já foi até fechar a caixa, conseguiu?”

A6: “Sim, q difícil, imagina s/ajuda de todos.”

A4: “Vamos lá então...todos c/perímetro e área? Vamos organizar o q pensamos?”

A3: “O perímetro é somar qdo lados diferentes d cada tem, e a área é multiplicar cada e depois ver quantas tem”

A1: “Perímetro é os riscos e a área é vezes”

A4: “Tive 1 ideia dá p/fazer a somas de todos retângulos e descontar os grudados q vai ser $2 \times (2 \times 2 + 2 \times 5) + 2 \times (2 \times 3 + 2 \times 5) + 2 \times (2 \times 3 + 2 \times 2)$ q dá $28 + 32 + 20 = 80$ dai – (menos) 1 medida d cada $2 + 2 + 3 + 3 + 2 + 2 + 5 + 5 + 3 + 3 + 5 + 5 = 40$, ne?”

A2: “Assim é mt complicado tem d imaginar q 12 lados são contados 2 vezes...”

A6: “Explicar isso não vai ser fácil...pq é difícil não se perder na imagem da cabeça...”

A5: “Tava fazendo c/letras como a sora faz o q dissemos em palavras...olha A3 se foi isso q disse c chão, L lado do chão, A altura da caixa, dai...chão $2xc + 2xL$ $x2 + 2xc + 2H$ $x2 + 2xH + 2xL$ $x2$ q arrumando $4x(c+L) + c+H + H + L?$ ”

A3: “É, mas levei 10 minutos p/entender o q escreve...fico bom...entendi...”

A4: “Mto tri A5, dai $4x(2xc + 2xL + 2xH) = 8x(c+L+H)$..”

A3: “Teste na fórmula $8x(2+3+5) = 8 \times 10 = 80$, então tem repetido 12 lados...”

A1: “ $c+c+L+L+Hx4 + c+c+L+L = 4$ d cada, $4x(c+L+H)$, q testa é dá certo...”

A5: “É fiz repetidos ...teu fico ++++ fácil...A1”

A4: “A ideia de A5 é boa p/área, tem d pensar na figura q é, dai sim $2x(cxL + cxH + LxH)$...”

A6: “Teste... $2x(2 \times 3 + 2 \times 5 + 3 \times 5) = 2x(6+10+15) = 62$..isso”

A4: “Tá ok, todos entenderam...amanhã cada 1 explica o q pensou e vamos ver se td q pensamos tá certo...valeu”

Analisa-se de forma geral, primeiramente, e percebe-se claramente que a abstração da Matemática, culturalmente conhecida, é denominada pelos estudantes como 'imagina' e também pelo 'uso das letras'. Tais palavras já os caracterizam como estudantes bem maduros quanto a Matemática, além disso todos estão cientes de que precisam fazer as atividades para assim entender, e que conseguir explicar na aula para os demais colegas e professora significa realmente ter entendido e saber falar como pensa com suas palavras, é um momento importante para o seu desenvolvimento como um todo e para sua aprendizagem.

Interessante destacar que em 50 minutos o problema estava resolvido com 183 interações entre os 26 estudantes, de forma que a cooperação entre todos é evidente, pois inclusive eles fazem referência ao colega em específico quando para este em particular respondem, demonstrando assim uma participação atenta dos

estudantes uns com os outros e de respeito muito grande. Tal ação ainda é uma evidência do estado de desequilíbrio que alguns se encontram que em instante já respondem complementando ou correspondendo ou até dizendo que não entenderam. Os esquemas de assimilação dos estudantes parecem transforma-se assim como estes se comunicam e trocam ideias, havendo algumas diferenças entre alguns estudantes mais detalhistas e outros mais genéricos, como o A6 e A1, respectivamente.

A construção conceitual dos estudantes é notória, em que diferenciam e conceitual área e perímetro, e percebe-se ainda que o próximo conceito que é o de polinômios está sendo hipoteticamente-deduzido pelos estudantes pela sua curiosidade, e também, por articular e integrar conceitos como de variável usado pela professora em outros momentos. Mesmo que estes conceitos não estejam formalizados os estudantes já os compreendem, e esta formalidade da Matemática em busca do pensamento genérico deve ser construída aos poucos, como disse Piaget, sendo cada estudante um matemático/pesquisador por alguns instantes quanto ao seu desenvolvimento, e da sua aprendizagem. Assim, a abstração estabelecida pelos estudantes em cada uma das suas ações, passam por todos os tipos definidos por Piaget [11], e estão atreladas a um conjunto de interações cooperativas, como define Bona [2], e esta aprendizagem cooperativa é potencializada pelas tecnologias digitais *online* em função da dinâmica das interações.

Exemplifica-se como uma abstração empírica nas ação descritas como aquela que o estudante precisa efetivamente contar os lados, ou seja, ela precisa do objeto ou de uma ação sobre este, simples como basear-se no retângulo. Já imaginar a contagem dos lados pensando no todo da caixa sem apego ao retângulo é uma abstração reflexionante. E num patamar ainda mais elevado de reflexionamento e reflexão quando, além de imaginar, organiza os cálculos com as operações adequadas, onde diferencia as medidas das suas quantificações. Num nível ainda maior quando começa a denominar as medidas e diferenciar das quantidade de medidas, como exemplo: um lado mede 2 cm e tem 4 lados destas medidas. Quando consegue-se generalizar de forma algébrica os estudantes demonstram uma abstração refletida, pois tomam consciência inclusive de que é possível fazer testes de validade. A abstração pseudo-empírica ocorre quando o estudante imagina mas precisa listar um por um, não consegue nem fazer a quantificação de algo que repete, ele ainda está baseando no objeto.

Todo este processo somente foi possível de ser estudado e analisado devido a tecnologia digital *online* do aplicativo *Whats app* escolhido pelos estudantes, pois se não fosse mediada por tal, teriam de haver entrevistas e outras formas de obter as reflexões dos estudantes para assim fazer os estudo da construção conceitual. Com isso, além das tecnologias digitais *online* serem um recurso atrativo aos estudantes, que possibilita a aprendizagem cooperativa entre todos, este é uma forma dinâmica de interação que pode ser consultada posteriormente pelos próprios colegas que não estavam presentes na hora da resolução, que foi o que ocorreu com os 4 não presentes que puderam ter acesso as discussões, e alguns dos seus comentários foram aos colegas *online*: “Bah, q bom q ficou, entendi td e l das minhas duvidas outro colega perguntou, valeu!”; “Adoro qdo a gente usa este aplicativo, pq posso estudar por aqui e se esqueço venho ver a lógica até q usei p/entender”.

A representação digital usada pelos estudantes, como exemplo o x para representar o sinal da operação de multiplicação, e outros, demonstram a naturalidade destes estudantes com os símbolos da Matemática e seus significados, e os que não existem no banco de dados do celular eles inventam com uma representação que todos entendem, usando palavras, como para dar a sequência na resolução: daí, reticências. Ainda como escrever nestes aplicativos

demora eles abreviam e também quando não acham o sinal adequado deixam um espaço em branco como fizeram para definir as variáveis. A troca de representação de palavras para símbolos é um passo importante para o pensamento formal e abstrato na Matemática, e aliados a este, naturalmente, está presente a linguagem da *Internet*, então o que se encontram nestes aplicativos são representações digitais das suas ideias. Tais representações são apenas usadas no mundo digital, pois nas aulas, no caso, no dia seguinte da apresentação, os estudantes escrever tudo adequadamente, sem abreviações e com os símbolos corretos de Matemática.

Enfim, o artigo cumpre seu objetivo, pois é plenamente possível constata que cada representação conceitual de Matemática escrita pelos estudantes nas suas interações via celular como passos da resolução do problema de Matemática, de acordo com a codificação por estes compreendida, é uma ou um conjunto de abstrações reflexionantes dos estudantes. Entender o processo de aprendizagem do estudante como parte do seu desenvolvimento possibilita ao professor construir atividades mais abertas e que seja possível assim a ideia de investigar, pensar que cada estudante quando descobre a lógica do Teorema de Pitágoras, por exemplo, ele se torna por instantes um matemático, e este é o encantamento do aprender a aprender. Enfim, as tecnologias digitais viabilizam um novo paradigma para a Educação Matemática quando articuladas as teorias que explicam o processo de construção do conhecimento como a de Piaget.

5. REFERENCIAS

- [1] Bona, A.S. D. (2013). Ações de Investigação na Aula de Matemática. XV Encontro Nacional de Educação Matemática, Curitiba, Paraná, p. 1-15.
- [2] Bona, A. S. D. (2012). Espaço de Aprendizagem Digital da Matemática: o aprender a aprender por cooperação. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Porto Alegre: UFRGS.
- [3] Bona, A.S.D.; Fagundes, L.C.; Basso, M.V.A. (2012). Mathematics digital learning space: learning how to learn by cooperation. Nuevas Ideas en Informática Educativa, Memorias del XVII Congreso Internacional de Informática Educativa, TISE, Santiago do Chile, v.8, p.148-153.
- [4] D’Ambrosio, U. (1996). Educação Matemática: da teoria a práxis. Campinas, SP: Papirus.
- [5] Fiorentini, D.; Lorenzato, S. (2007). Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados.
- [6] Freire, P. (1996). Pedagogia da Autonomia: saberes necessários a prática educativa. 22ed. São Paulo:Paz e Terra.
- [7] Hoffmann, D. S. (2006). Aprender matemática: torna-se sujeito da sociedade em rede. Dissertação. Programa de Pós-Graduação em Psicologia Social e Institucional. Porto Alegre: UFRGS.
- [8] Mattos, E. B. V. (2010). Construção de conceitos de matemática via projetos de aprendizagem. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Porto Alegre: UFRGS.
- [9] Nogueira, C.M.I.; Pavanello, R.M. (2008). A Abstração reflexionante e a Produção do Conhecimento Matemático. Revista Bolema, Rio Claro (São Paulo), n°30, p.111-130.
- [10] Piaget, J. (1998). Psicologia e Pedagogia. Rio de Janeiro : Forense Universitária.