

# Desenvolvendo um Objeto de Aprendizagem através de uma Perspectiva Lógico-Histórica

**Renata Viviane Raffa Rodrigues**

Mestranda do programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente- São Paulo – FCT/UNESP  
Brasil  
reraffa@yahoo.com.br  
++ 55 18 38227560

**Klaus Schlünzen Junior**

Docente do programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente- São Paulo – FCT/UNESP  
Brasil  
klaus@fct.unesp.br  
++55 18 32295316

## ABSTRACT

This paper aims to present the logical and historical perspective as theoretical support to the development of a learning object (LO) named “The Universe and its opposites” based on the description of its environments. The LO is indicated for teaching and learning the concept of whole numbers in the 6th grade. It is composed by elements to conceptual creation starting from the logical-historical problematization and under the interactive animation provided by this digital tool. The following environments described by this study are: Artic Pole, China (Qin and Han Dynasty), Ancient Greece, Italy (Florence) and Atomistic Laboratory. All environments are contextualized through the following principles: logical, historical, geographic, cultural, social, real and imaginary. Literary elements and digital resources were also used in the built of a narrative. The result has been an objective historical problematization composed by conceptual creation elements. Therefore, we believe that the technological resources interactivity in addition to the logical and historical elements of the concept of whole numbers as compounds of the learning object, has allowed the built of a pedagogical tool composed by attractive, playful and dynamic situations to be used in presence or distance classes.

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo apresentar a perspectiva lógico-histórica como suporte teórico no desenvolvimento de um objeto digital de aprendizagem (OA), intitulado “O Universo e seus Contrários”, a partir da descrição dos seus ambientes. O OA é indicado para o ensino e aprendizagem do conceito de números inteiros nas 6ª séries do Ensino Fundamental, composto por elementos de criação conceitual a partir da problematização lógico-histórica e sob a animação interativa propiciada por este recurso digital. Neste trabalho descrevemos os ambientes: Pólo Ártico, China (Dinastia Qin

e Han), Grécia Clássica, Itália (Florença) e Laboratório Atomístico. Todos os ambientes são contextualizados por meio de princípios: lógicos, históricos, geográficos, culturais, sociais, reais e imaginários. Também foram utilizados elementos literários e recursos digitais na composição de uma narrativa. O resultado foi uma problematização objetiva e histórica composta por elementos de criação conceitual. Portanto, consideramos que a interatividade dos recursos tecnológicos, aliados aos elementos lógico-históricos do conceito de números inteiros como componentes do objeto de aprendizagem, permitiu construir uma ferramenta pedagógica composta por uma pluralidade de situações atraentes, lúdicas e dinâmicas para uso em aulas presenciais ou à distância.

## KEYWORDS

Objeto de Aprendizagem, Perspectiva Lógico-histórica, Números Inteiros.

## INTRODUÇÃO

O século XXI inicia com ênfase na sociedade da informação e do conhecimento. Esse cenário tornou-se possível graças às mudanças sociais, políticas e tecnológicas que estão ocorrendo em escala mundial, modificando a sociedade nas suas formas de organização, de produção e comercialização de seus bens. Mudanças essas que colocam em xeque as formas tradicionais de educação, de formação, de desenvolvimento e de produção escolar [2,3,13,17,18].

Diante dessas necessidades, uma das iniciativas da Secretaria de Educação a Distância (SEED) e da Secretaria de Educação Básica (SEB) do Ministério da Educação (MEC) é a produção de recursos educacionais multimídia interativos na forma de Objetos de Aprendizagem (OA) através de uma Rede Interativa Virtual de Educação (RIVED)<sup>5</sup>.

Os objetos de aprendizagem são utilizados como ferramentas acessíveis e potencializadoras na criação de ambientes de aprendizagem, via Web. Por se tratar de um tema relativamente novo, a definição de OA é variada entre os autores, mas é recorrente o uso das palavras: ensino, conhecimento e reutilizável. Um OA é definido como

Raffa, V., Schlünzen, K. (2008). Desenvolvendo um Objeto de Aprendizagem através de uma Perspectiva Lógico-Histórica. En J. Sánchez (Ed.): Nuevas Ideas en Informática Educativa, Volumen 4, pp. 121-130, Santiago de Chile.

<sup>5</sup> Disponível em <http://www.rived.mec.gov.br/>.

“qualquer recurso digital que pode ser reusado para assistir a aprendizagem” [19].

O processo de produção de um OA envolve uma série de passos os quais são realizados por equipes multidisciplinares de Universidades Brasileiras participantes do programa “RIVED/Fábrica Virtual e Portal do Professor”, no qual são definidos, implementados e testados objetos de aprendizagem. Posteriormente, após avaliação em ambientes reais de aprendizagem de escolas públicas, os OA são disponibilizados no portal do MEC.

Com isso, esse projeto tem subsidiado ações que visam a melhoria do ensino nas escolas, auxiliado por grupos de pesquisa de Universidades Públicas Brasileiras, dentre eles o Núcleo de Educação Corporativa (NEC)<sup>6</sup> da Faculdade de Ciências e Tecnologia de Presidente Prudente (FCT/UNESP) que, desde 2004, seu corpo docente e discente tem recebido orientações e capacitações oferecidas pelo programa RIVED. Nesse sentido, uma das ações da equipe do NEC refere-se ao desenvolvimento e implementação de uma quantidade significativa de objetos de aprendizagem nas áreas de Matemática, Física, Educação Física, Ciência Química, Biologia, Língua Portuguesa e Educação Especial, com elaboração dos respectivos “Guia do Professor” e documentação relacionada. Os OA abordam temas do ensino fundamental e médio, com forte integração de mídias e com uma abordagem interdisciplinar, utilizando recursos como: Internet (HTML), som, animação interativa, vídeo-clipes, voz, texto, músicas, metadados, frameworks, Action Script, Linguagem Java, Motion Tween, Shape Tween (efeitos) OXML (banco de dados), recursos de acessibilidade, entre outros.

Em síntese as etapas de produção de um OA são:

- Design pedagógico;
- Roteiro;
- Estudo de recursos de interatividades;
- Interfaces;
- Programação;
- Guia do Professor;
- Avaliação;
- Catalogação.

As atividades são realizadas por três tipos de participantes distintos, denominados: Analistas Pedagógicos, Designers e Programadores, e as ações de cada equipe são divididas para atender os seguintes objetivos específicos:

- Análise dos temas a serem abordados: as áreas do conhecimento atendidas com esta proposta e as possibilidades de Integração de Mídias na Educação, com objetivo de ordenar as opções que visam a definição conceitual do OA e a elaboração de toda a documentação relacionada (Design pedagógico e Roteiro);
- Implementação dos OA, procurando na medida do possível atender as opções de acessibilidade, visando

satisfazer tanto as normas de acessibilidade para Web no padrão mundial, com o apoio na W3C (<http://www.w3.org/>), quanto nas normas específicas disponíveis no site do próprio Governo Federal;

- Elaboração dos Guias do Professor pela equipe pedagógica com o cuidado de oferecer orientação ao docente sobre o uso pedagógico do objeto produzido, apresentando estratégias e métodos de ensino baseados em uma abordagem interdisciplinar, aliando as diferentes áreas do conhecimento;
- Acompanhamento e desenvolvimento de avaliações nos módulos implementados por meio de um constante trabalho de observação e visita aos ambientes de aprendizagem de escolas públicas.

As equipes assim estabelecidas facilitam a distribuição e/ou desenvolvimento de tarefas. Durante todo o projeto, são realizadas reuniões para análise, reflexões, discussões e revisões das etapas em desenvolvimento.

A comunicação também é feita pelo sistema de correio eletrônico interno ao ambiente TelEduc. Este ambiente virtual de aprendizagem (AVA) funciona como um canal de comunicação direto entre formadores, coordenadores, alunos, convidados e visitantes, onde cada participante do ambiente tem uma senha e uma identificação pessoal (login).

No presente trabalho descreveremos o OA intitulado por “O Universo e seus Contrários”, o qual aborda as *idéias iniciais*<sup>7</sup> do *conceito de números inteiros*<sup>8</sup> indicado para o ensino nas 6ª séries do ensino fundamental de escolas públicas brasileiras.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Quando qualidades como: imaterialidade, instantaneidade, mobilidade, fluidez, adaptabilidade, coletividade, impessoalidade, multiplicidade e interatividade, são utilizadas em favor da grande finalidade da escola, de educar para cidadania e não apenas para o mundo do trabalho, as Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) assumem um papel transformador na Educação.

Dessa forma, consideramos o OA como uma ferramenta pedagógica extremamente rica e proveitosa que, apropriada a uma educação conceitual, pode mobilizar a melhoria da qualidade do ensino e a ampliação dos referenciais de mundo dos usuários.

Porém, quando o OA restringe-se a fazer uma exposição de informações estanques e fragmentadas, com atividades desconexas de seus contextos, essa ferramenta poderosa perde o seu sentido, desempenhando o mesmo papel dos livros didáticos, deixando de lado seu potencial interativo.

No entanto, para que essa “subutilização” não ocorra, repetindo os mesmos esquemas do ensino tradicional, é

---

<sup>6</sup> Maiores informações consulte:  
<http://www.nec.prudente.unesp.br/NEC/Home.php>

<sup>7</sup> Trata-se das idéias que precedem a formalização do conceito números inteiros.

<sup>8</sup> Refere-se aos números inteiros positivos, ao zero e aos números inteiros negativos, todos formando o *conceito números inteiros* em sua singularidade.

necessário conhecer as potencialidades das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) para que estas possam ser integradas de modo criativo e inteligente, no sentido de desenvolver a autonomia e as competências do estudante.

Portanto, defendemos que, seja a criação de materiais, de estratégias ou de metodologias de ensino, esta deve vir apoiada de uma concepção teórico-metodológica dos processos de ensino e aprendizagem. Dessa forma, a fim de nos encontrarmos com o conceito números inteiros e oferecer-lhe uma nova forma, concebemos a perspectiva lógico-histórica como fundamentação teórica nesse processo. Na perspectiva lógico-histórica, o desenvolvimento da Matemática sobrevém de experiências<sup>9</sup> não estritamente matemáticas. Mas por meio de uma variedade de circunstâncias socioeconômicas e espirituais que desenham seu contexto, ou seja, a Matemática é concebida como um metabolismo vivo constituído pelas exigências de sua realidade social. Dessa forma, os conceitos matemáticos se constroem desde esse saber comum que todos os moradores de uma cultura compartilham, e que, portanto, determinam a criação, a formalização e a assimilação desse conhecimento. O “lógico” ao qual nos referimos “é o reflexo do histórico em forma teórica” e, funciona como meio necessário para conhecer, bem como interpretar o processo histórico do objeto [9]. Assim o termo lógico-histórico compreende a integração da lógica matemática e do movimento histórico de sua formação, do que resulta um movimento único de criação matemática.

Compreender e apresentar um conceito por meio da perspectiva lógico-histórica significa desgrudar-se do que está implícito, implicado em sua construção, e não simplesmente acompanhá-lo retórica e continuamente. Deixar falar os argumentos, as práticas e técnicas desempenhadas para resolver os problemas surgidos no decorrer das atividades humanas.

Nesse contexto, o lógico-histórico reflete esse apaixonante movimento do pensamento, presente no processo de abstração e formação de conceitos matemáticos. A perspectiva lógico-histórica reflete propriedades dos conceitos, não somente como produtos de aspectos qualitativos dos objetos reais, mas também da imaginação, intuição e criatividade.

Kopnin (1978, p. 195-196) define o conceito como a confluência entre o lógico e o histórico, o qual contém inúmeras abstrações elaboradas pela humanidade, de tempos em tempos ou ainda como “um juízo, cujo predicado é a idéia universal do fenômeno” e o juízo, por estar presente em toda abstração, é definido como “as formas mais simples e mais importantes de abstração, que constitui simultaneamente o traço característico de todo processo de pensamento” [16].

---

<sup>9</sup> Experiência para Kopnin (1978) não é somente aquilo que envolve o aspecto sensorial, concreto manipulável, mas também aquilo que envolve ações e abstrações desenvolvidas pela humanidade enquanto se constrói.

Cabe a nós nesse momento, contextualizar em um objeto de aprendizagem os nexos conceituais e entrelaçamentos do pensamento teórico do conceito números inteiros. Num movimento do substancial ao simbólico que perpassa por diversos outros conceitos, não estritamente matemáticos, possibilitando a compreensão das razões de sua criação e as relações de uns com outros.

## **METODOLOGIA DE DESENVOLVIMENTO DO OBJETO DE APRENDIZAGEM**

O lógico-histórico como forma de pensamento e perspectiva didática de produção de conhecimento, nos orientou qualitativamente na direção do processo histórico de criação conceitual. Com esse aporte teórico, nosso posicionamento metodológico baseou-se em apreender o conceito em seu movimento de criação, depurá-lo dos elementos casuais, analisando, selecionando e (re)construindo o conjunto de conceitos e atividades humanas “mobilizadoras” do conceito números inteiros.

Mas como encontrar a identidade entre o conceito números inteiros e o movimento histórico de sua criação?

A partir de um estudo bibliográfico penetramos no imaginário<sup>10</sup> dos diversos personagens da História da Matemática, identificando os fatos históricos que despertaram a criação de conceitos que deram um novo sentido à Matemática [5,7,8,9,10,11,12,14,15,16].

Para tanto, consideramos o desenvolvimento da Matemática em sua totalidade. Para Bohm & Peat, “diferentes gêneros de pensamento e diferentes gêneros de abstração podem, juntos, dar-nos um melhor reflexo da realidade”[4].

Para evitar uma fragmentação e desconexão entre os conceitos e situações-problema, além do aporte teórico encontrado na perspectiva lógico-histórica, também buscamos elementos literários com processos e recursos utilizados na composição de uma narrativa, dentre outros: o enredo, a história, o narrador, personagens, desafios, uso de talismãs, tempo e espaço. Assim, compreendemos a importância dos fatores estruturantes nos processos de construção e assimilação de um contexto ficcional [1,6].

A criação dos espaços foi baseada na realidade a qual representa, porém enriquecida por fatores fictícios que resultaram em um ambiente trans-real.

Dos elementos constituintes do OA apresentado neste trabalho, destacamos os textos eletrônicos como sendo sucintas discussões qualitativas como apoio instrucional e teórico ao usuário.

As animações são seqüências de imagens individualmente concebidas, acompanhadas ou não de sons, que objetivam simular um evento real. Esse recurso audiovisual pode

---

<sup>10</sup> Termo usado por Lizcano (1993) tomado por nós como forma de pensamento (KOPNIN, 1978) de um grupo [9,12]

facilitar a capacidade do aluno de abstrair os conceitos envolvidos. Além disso, o aluno pode acionar ou não o “narrador” que se alterna entre os personagens do OA.

Para tanto, a estrutura de textos foi armazenada à parte, em formato XML, permitindo ao usuário voltar ao início do texto e controlá-lo conforme realiza a leitura. Além disso, essa linguagem viabiliza a tradução dos textos para outros idiomas, quando necessário.

Cada um dos elementos dessa seqüência é construído utilizando o software Macromedia Flash. Essa ferramenta tornou possível à criação de efeitos de movimentação e mutação de formas, resultando em animações lúdicas, dinâmicas e interativas.

### **OBJETO DE APRENDIZAGEM: “O UNIVERSO E SEUS CONTRÁRIOS”**

Como o nome já propõe, o OA intitulado por “O Universo e seus Contrários” não pode ser representado por um organograma. Então, definimos como tela principal o “Planeta Terra”, de modo que o mundo possa ser visto como um todo sistêmico, com diversas relações espaciais e temporais.

No Planeta Terra que sugerimos como tela de navegação não existe centro, mas sim “centros mutantes” de acordo com o ponto de partida e objetivos de cada usuário. Tais centros são os desafios que surgem nesta “viagem” e estes estão destacados sobre a representação do mapa-múndi na Figura 1. Os espaços são contextualizados histórico-culturalmente através das dificuldades e caminhos encontrados pelo homem na evolução do conceito número inteiro ao longo de sua história.



**Figura 1.** Esboço da tela “menu” com a apresentação de cinco ambientes ao aluno: China (Dinastia Qin ou Dinastia Han), Grécia Clássica (Atenas), Itália (Florença) e Laboratório Atomístico (retorno ao Pólo Ártico)

Nos esforçamos para articular as problemáticas de modo a apresentá-las como nexos conceituais do conceito números inteiros.

Os nexos conceituais são os fundamentos do conceito. Estes nexos se dividem em internos e externos. No caso do número

inteiro, os internos são o movimento e a contradição, as diversas formas de positividade/negatividade<sup>11</sup>, o conceito de número e o zero relativo. Esses nexos conceituais contêm o movimento lógico-histórico dos números inteiros, são os aspectos substanciais do conceito. Ao passo que, os nexos externos são os aspectos simbólicos do conceito números inteiros, os sinais (+) e (-) ou a própria reta em  $Z$ , como exemplo.

Certos princípios didáticos da lógica formal, fortemente presentes na cultura escolar, têm simplificado e desumanizado os aspectos substanciais do conceito números inteiros. Extraem-se apenas os aspectos simbólicos do conceito, abordam-no de modo repetitivo, até que o indivíduo relacione rapidamente situações cotidianas, como a medição da temperatura, aos sinais (+) e (-) como se fossem o próprio conceito números inteiros [14].

Os nexos internos do conceito números inteiros são refletidos em sua história. Dessa forma, consideramos que a superação da lógica formal exige o desenvolvimento do pensamento teórico/abstrato de quantificar arbitrariamente os movimentos contrários do universo, para depois, qualificá-los através das diferentes formas de negatividade/positividade desenvolvidas pela humanidade.

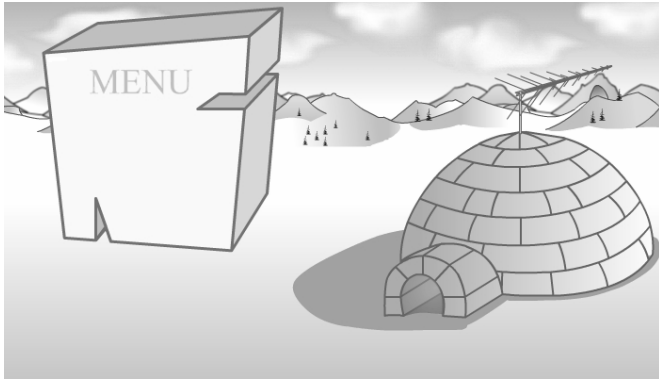
### **Pólo Ártico**

Este ambiente (Figura 2) é a introdução do OA, daqui surge toda a problematização a partir da qual se desenvolve a efabulação<sup>12</sup> do OA:

- Situação-problema: aumento da temperatura do Pólo Ártico devido ao aquecimento global.
- Tema transversal: meio ambiente. A interação e as relações dos elementos da natureza.
- Objetivos: despertar o interesse do usuário para vivenciar todas situações-problema do OA, chamando-lhe a atenção para as conseqüências do aquecimento global.

<sup>11</sup> “Positividade/negatividade” ou “formas de positividade/negatividade” são expressões utilizadas por Lizcano (1993) quando se refere aos antecedentes históricos dos “números positivos/negativos” encontrados na Matemática chinesa e grega da antiguidade [11].

<sup>12</sup> Recurso pelo qual os fatos são encadeados na trama. (COELHO, 2000).



**Figura 2.** Tela de entrada do OA. Ao clicar no botão “MENU” o aluno pode ir direto para a tela “Planeta Terra”.

- Personagem principal: urso polar;
- Tempo: atualidade.

Na “Máquina do Tempo” existe uma lacuna para o aluno entrar com o ano em que se encontra no momento da utilização do OA.

- Enredo: A TV anuncia o aumento da temperatura no verão do Ártico.
- Desafio: salvar o habitat do urso polar, efetivando os experimentos da personagem “Professor Pingüim” no “Laboratório Atomístico”.

Nesse momento o “Professor Pingüim” aparece na TV por meio de uma interferência e explica quais devem ser as ações do usuário para conquistar os talismãs necessários para a entrada no “Laboratório Atomístico”.

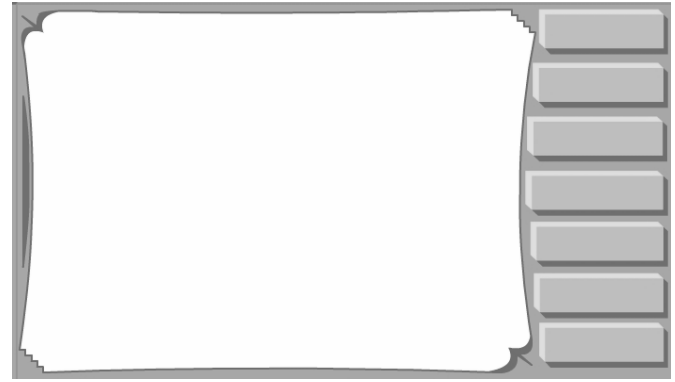
- Ações: viajar no tempo e espaço a fim de encontrar o amuleto “Yin” na China: Dinastia Qin; “Yang” na China: Dinastia Han e os poderes das deusas “Atena” na Grécia Clássica e “Horas” na Itália Renascença. Somente através da união dos quatro talismãs o usuário poderá ativar os experimentos do Professor Pingüim no ambiente “Laboratório Atomístico” e diminuir a temperatura do Pólo Ártico.

Para entrar no Laboratório Atomístico e realizar os experimentos, o aluno precisará de uma senha composta por oito dígitos, conquistados de dois em dois em cada talismã através da resolução das problemáticas enfrentadas nos ambientes do OA.

Esta “senha” de oito dígitos também se encontra à disposição no guia do professor, caso o professor opte em vivenciar apenas ou diretamente os experimentos do “Laboratório Atomístico” com seus alunos.

### Curiosidades

O ícone “Curiosidades” é de acesso opcional (Figura 3), trata-se de um “menu” de informações relacionadas aos contextos do OA disponível em todas as telas do objeto.

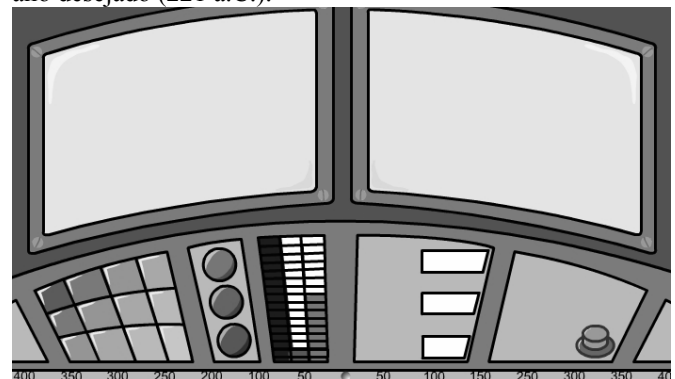


**Figura 3.** Os retângulos do lado direito são botões com as opções de curiosidades de cada ambiente que o usuário pode acessar.

### Máquina do Tempo

- Situação-problema: voltar no tempo.
- Objetivos: pensar a relação passado, presente e futuro em sua relatividade; contar o tempo no sentido oposto; compreender a linha do tempo como uma representação desenvolvida pelo homem para medir o tempo, tomando como referencial de origem (o ponto zero) o nascimento de Cristo.

Na tela “Planeta Terra” o usuário poderá através de uma “Máquina do Tempo” (Figura 4) viajar no tempo e no espaço para entrar no ambiente escolhido: Dinastia Qin (221 a.C. a 206 a.C.); ou Dinastia Han (206 a.C. a 221 d.C.); ou para Grécia Clássica: Atenas (447 a. C. a 432 a.C.); ou para Itália Renascença (1400 a 1600 d.C.). Mas para isso deverá preencher as lacunas corretamente. Por exemplo, para entrar na China: Dinastia Qin (221 a.C. a 206 a.C.) o usuário deverá clicar o ano que se encontra, e guiado por uma linha do tempo (primeira representação do conjunto  $Z$  na reta) deverá digitar quantos anos precisa voltar no tempo para se transportar para o ambiente selecionado. Isto é, caso esteja no ano de 2008 e escolher a China 221 a.C., este deverá digitar o número 2229, então uma “bolinha” se desloca do ponto inicial (2008) até o ano desejado (221 a.C.).



**Figura 4.** Máquina do Tempo, com as lacunas para o aluno digitar quantos anos precisará voltar no tempo.

Na parte inferior da Figura 4 está a “linha do tempo” com uma “bolinha” no ponto zero (Nascimento de Cristo) que muda de posição de acordo com o que for preenchido pelo aluno, deslocando-se de um ano a outro na reta.

Ao digitar corretamente o número que representa a quantidade de anos que deverá voltar no tempo, o aluno visualizará na tela da Máquina do tempo (parte superior da Figura 4) a imagem do marco histórico do local e época onde pretende entrar.

#### China: Dinastia Qin

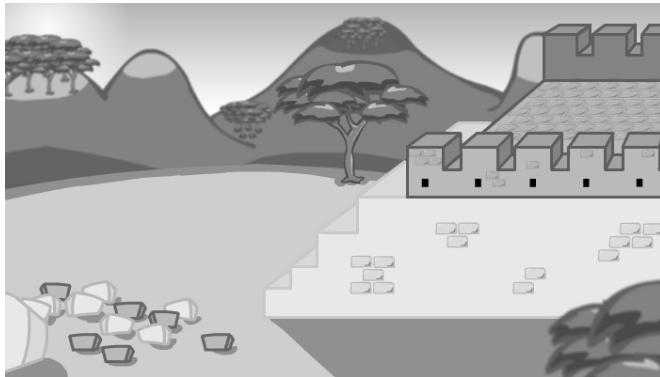


Figura 5. Construção da “Grande Muralha da China”.

- Marco histórico: Para protegerem-se das invasões dos hunos do norte (os nômades hiong nu), as primeiras muralhas (Figura 5) são erguidas pelos chineses.
- Situação-problema: fugir da tirania do imperador Qin e conquistar a parte yin do amuleto.
- Tema transversal: pluralidade cultural. Conhecer a cultura, o saber, a visão e a filosofia do modo de pensar chinês na antiguidade, para então compreender as contribuições desse povo ao conhecimento matemático.
- Objetivos: conhecer uma forma ainda qualitativa, porém simbólica, de representar os contrários na natureza.
- Personagens principais: Qin, o imperador amarelo e o sábio taoísta Lao Tsé;
- Tempo: 221 a.C. a 206 a.C.;

Enredo: ao viajar no tempo e no espaço o aluno depara-se com a saga do imperador Qin e seu exército vermelho trabalhando na construção da grande muralha (Figura 5) a fim de unificar a China num só império e protegê-la das invasões dos hunos. Então aparece o sábio Lao Tsé que, cansado dessa sociedade corrompida, convida o usuário a partir para a fronteira da província.

#### Conhecendo o Taoísmo

Na viagem com o sábio Lao Tsé, é apresentada uma das primeiras e mais conhecidas formas de positividade/negatividade desenvolvida pelo homem, o yin e o yang. Para tanto, tomamos o caminho didático de Lima & Moisés (1998):

A China era e é até hoje um país de contrastes que encontrou na harmonia dos contrários em luta a melhor idéia para lidar com a sua própria existência. E a transformou num princípio para pensar todo o universo: os fenômenos naturais, a formação das idéias, o corpo humano, etc. Deram-lhe o nome de princípio do yang e yin [10].

De acordo com o taoísmo, a "harmonia universal" é estabelecida pelo equilíbrio entre as unidades dos contrários yin e yang. Elas funcionam como duas forças opostas:

- yin: vai da periferia para o centro, contraindo-se, e
- yang: vai do centro para periferia, expandindo-se.

Para o usuário conquistar a parte yin do amuleto de Lao Tsé e dois dígitos da senha para entrar no laboratório, este precisará escolher o símbolo yin e yang que melhor representa algumas imagens de contrários, exatamente como faziam os taoístas para representar sua realidade (Figura 6).

Yin	Yang
Escuridão	Luz
Mulher	Homem
Negativo	Positivo

Figura 6. Representação de alguns contrários de acordo com o pensamento chinês taoísta.

#### China: Dinastia Han

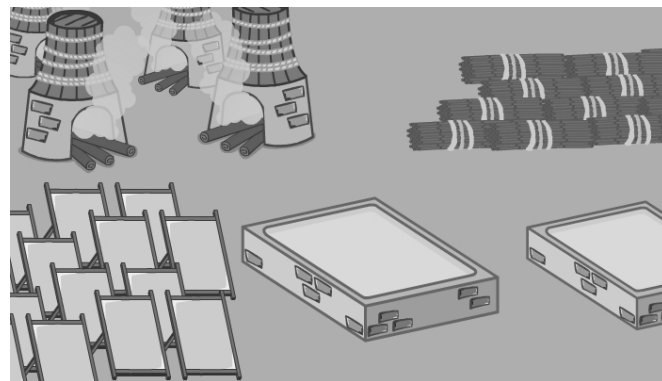


Figura 7. Os chineses inventam o papel.

- Marco histórico: Momento de florescimento econômico, cultural e intelectual. O papel é inventado pelos chineses (Figura 7).
- Situação-problema: controlar os movimentos da “Batalha Chinesa” e do “Baile de Máscaras” para conquistar a parte yang do amuleto e dois dígitos da senha para entrar no laboratório.
- Objetivos: entender que um palito era compreendido pelos chineses como uma unidade de algo, representação da quantidade, e para representar a qualidade desse algo usavam as cores vermelha (positivo) e preta (negativo). Utilizar os palitos para quantificar e as cores para qualificar os contrários, contando-os de acordo com o pensamento chinês de que os opostos se neutralizam um a um.
- Personagens principais: Lui Bang, um hábil tenente que após uma revolução impera a Dinastia Han;
- Tempo: 206 a.C a 221 d. C.;
- Enredo: para defender seu povo Lui Bang decide que todos devam aprender algumas estratégias de guerra.

De um lado, os hunos são representados pelos palitos pretos, do outro, os palitos vermelhos representam os chineses. Para os chineses a cor vermelha é usada para representar algo

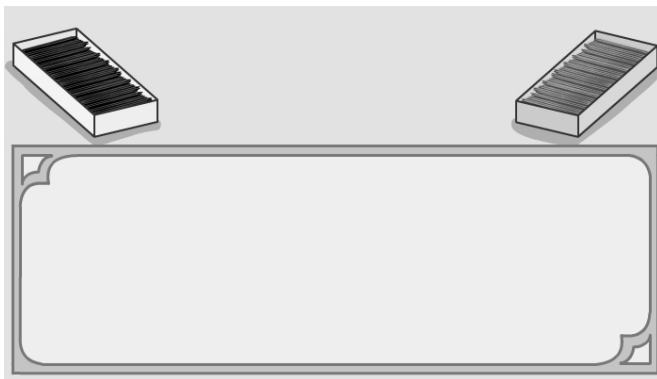
positivo, enquanto que a cor preta é usada para representar algo negativo.

Nesse contexto o aluno é convidado fazer cálculos com os palitos vermelhos e pretos, ora numa batalha (hunos-pretos e chineses-vermelhos), ora num baile de máscaras (mulheres-preto e homens-vermelho), onde os palitos vermelhos e pretos quando unidos um a um se anulam (princípio de equivalência) e o resultado será os palitos que restarem sobre o tapete (Figura 8).

Espera-se com estas situações que o aluno desenvolva uma nova maneira de pensar e contar os contrários, para que supere a “metáfora da subtração”.

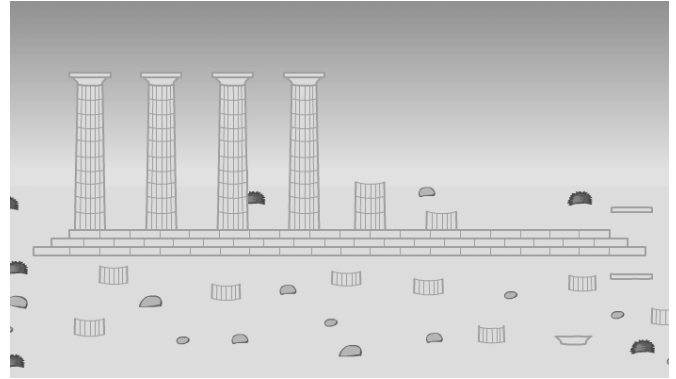
Segundo Lizcano (2006) a “metáfora da subtração” refere-se ao pensamento grego no período clássico, cuja dificuldade encontrava-se em compreender subtrações da forma: 5-7. Afinal, como é possível retirar 7 unidades de 5 unidades? Se quando tiramos 5 unidades de 5 unidades não nos resta nada. E o que é o nada? Como vamos tirar algo de nada? [12].

[...] Y estos números así entendidos, sean del color que sean los palillos con que se cuentan (los unos son negros; los otros, rojos) no se sustraen o extraen unos de otros, como si fueran piedras en un saco, sino que se oponen o enfrentan como lo harían entre sí los soldados de dos ejércitos. Enfrentados, se van aniquilando mutuamente, cada combatiente rojo se aniquila con uno negro. El número de los supervivientes arroja el desenlace de la batalla, el resultado de la operación. Si es el ejército rojo el más numeroso, el resultado será una cierta cantidad de números rojos (o positivos); si era el negro el que contaba con más combatientes, el resultado será —con la misma naturalidad— el número de soldados negros (números negativos) supervivientes.[12]



**Figura 8.** Palitos pretos à esquerda e vermelhos à direita. O aluno poderá clicar no palito e arrastá-lo para o tapete, manipulando-o de acordo com o pensamento chinês.

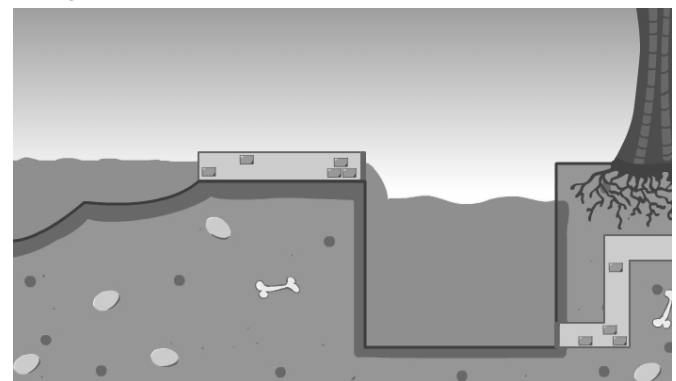
## Grécia Clássica: Atenas



**Figura 9.** Grécia Clássica, construção do Partenon.

- Marco histórico: Atenas é a cidade-estado mais desenvolvida democrática e intelectualmente da Grécia, que governada por Péricles tornara-se um verdadeiro império, com magníficos templos e estátuas. Para dar abrigo a estátuas muito valiosas, como a de Atena, Péricles decide construir o Partenon (Figura 9), a maior arquitetura de todos os tempos.
- Situação-problema: ajudar o arquiteto do Partenon (Figura 9), o senhor Bartolomeu, a controlar os movimentos de entrada e saída da água no tanque, conquistando o poder da deusa Atena e dois dígitos da senha para entrar no laboratório.
- Objetivos: entender os conceitos de movimento e contradição através dos pensamentos de Heráclito. Aprender a pensar, expressar e contar os contrários simultaneamente, como ocorre na natureza.
- Personagens principais: o arquiteto Bartolomeu e o sistema de abastecimento de água e lavagem do mármore;
- Tempo: 447 a.C. – 432 a.C.;
- Espaço: Atenas;
- Enredo: O aluno será convidado a ajudar o senhor Bartolomeu a pensar em “mão-dupla” (LIMA & MOISÉS, 1998) na entrada e saída de água do tanque (Figura 10) ao mesmo tempo. Pois nessa época o homem ainda pensava os fenômenos num único sentido e nunca no seu oposto.

## Lavagem do mármore



**Figura 10.** Sistema de armazenamento de água para lavagem das pedras de mármore do “Partenon”. Com a entrada e saída de água ocorrendo simultaneamente.

A Figura 10 representa um tanque que é abastecido por um canal que desvia as águas de um rio próximo. Para que a água do tanque seja corrente, este também possui um ralo de escoamento. Isto significa que o aluno deverá responder quantos litros de água têm no tanque com a água entrando e saindo de modo simultâneo.

Ao resolver essa situação-problema o aluno receberá o poder da “Sabedoria” da deusa Atena e dois dígitos da senha para entrar no “Laboratório Atomístico”.

### Conheça as Idéias de Heráclito

Para conhecer os conceitos de movimento e contradição o aluno poderá clicar no ícone “Conheça as Idéias de Heráclito”. Nesse ambiente estão sincronizados a letra e a música “Como uma onda”<sup>13</sup> de Lulu Santos e Nelson Motta com imagens que reproduzem os pensamentos de Heráclito de Éfeso:

“O fogo vive a morte do ar e o ar vive a morte do fogo; a água vive a morte da terra e a terra vive a morte da água [...] Assim as coisas, ao mesmo tempo, são e não são elas próprias assim como somos e não somos nós mesmos [...] Há um princípio universal de luta, de tensão entre contrários, que a todo o momento rompe o equilíbrio para criar um equilíbrio novo; a luta é o pai de todas as coisas e o rei de todas as coisas [...] há uma harmonia das tensões opostas como a do arco e da lira”. (Heráclito) [10].

Nosso interesse pela música “Como uma Onda” deve-se a uma intenção maior de suscitar nos educandos e seus educadores uma concepção de mundo centrada na lei universal do movimento, da mutabilidade, da fluência, da transformação, da relatividade, contrapondo-se à rigidez, ao fixo, ao absoluto.

A maneira como a composição de Lulu Santos e Nelson Motta concebe a realidade, como um processo do vir a ser, usando a metáfora “como uma onda no mar” encontra-se como uma prazerosa e afetiva possibilidade de mostrar que as verdades são relativas e momentâneas. Não há, portanto, o certo absoluto nem o errado absoluto.

Consideramos tais conceitos fundamentais na compreensão da ampliação do conceito de números naturais, com grandezas concretas e manipuláveis onde o zero é absoluto, para o conceito de números inteiros, onde o número, em especial o zero, é relativo.

13 Mediante autorização concedida pela Mix/Som Livre Edições Musicais, proprietária dos direitos autorais dessa música.

### Itália Renasença: Florença



Figura 11. Atividades comerciais na cidade de Florença. Lá está “Brancaloneo” com suas sacas de arroz, seu tonel de vinho, sua caixa de moedas e seu diário.

- Marco histórico: As pessoas começam a viajar de uma região para outra, conhecem novos costumes, novas pessoas. A produção de um local é transportada e vendida em grandes centros comerciais da Europa, desencadeando o movimento conhecido como “Renascimento”.
- Situação-problema: controlar e registrar quantitativamente o mais rápido possível os movimentos comerciais do armazém de “Brancaloneo”.
- Objetivos: compreender e utilizar os sinais algébricos (+) e (-) para representar movimentos contrários.
- Personagens principais: o comerciante “Brancaloneo” [10];
- Tempo: 1400 a 1600 d. C.;
- Espaço: Comércio de Florença na Itália;
- Enredo: Brancaloneo abre um armazém para comercializar arroz e vinho e precisa controlar as entradas e saídas dessas mercadorias, bem como dos “dinares de prata”, de um modo mais rápido e prático que anotações verbais em seu diário [10].

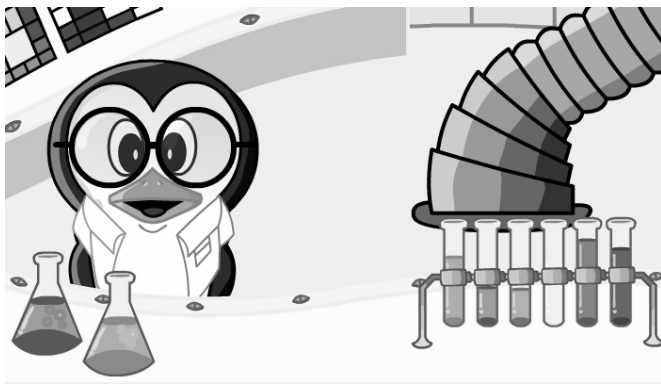
Depois que foram inventados pelos comerciantes, os sinais (+) e (-) foram usados durante muitos anos apenas nos depósitos e armazéns. Os primeiros matemáticos que começaram a usar estes sinais foram aqueles que lidavam com a matemática comercial. Eles perceberam que assim como era usado para indicar que faltava vinho num tonel, o sinal (-) também poderia ser usado para dinheiro em falta, isto é, para dívidas, e da mesma forma que o sinal (+) era usado para indicar vinho em “excesso” num tonel, poderia também indicar dinheiro que entrava em caixa, isto é, dinheiro “a mais” [10].

Ao conseguir resolver os problemas propostos no armazém, o aluno conquista o poder das “Estações do Ano” da deusa Horas e mais dois dígitos.

### Laboratório Atomístico

- Situação-problema: efetivar os experimentos do Professor Pingüim aumentando ou diminuindo a temperatura no Pólo Ártico conforme suas ações.
- Objetivos:

- Diferenciar os sinais aritméticos (+) e (-) das operações de adição e subtração dos sinais algébricos (+) positivo e (-) negativo, utilizados para indicar o contrário no número.
- Perceber e entender que retirar uma carga negativa é o mesmo que acrescentar uma carga positiva. Assim como, retirar uma carga positiva é o mesmo que acrescentar uma carga negativa. Livrando-se de uma vez por todas dos recursos mnemônicos há tempos utilizados nas escolas como a famosa regra de sinais: sinais iguais – positivo e sinais diferentes – negativo.
- Personagem principal: Professor Pingüim e Urso Polar;
- Tempo: atualidade do aluno;
- Enredo: o Pingüim (Figura 11) explica ao aluno como ativar seus experimentos, chamados de contrário visível e contrário invisível, através de seu amuleto e suas forças (que para nós representam os conhecimentos adquiridos em sua viagem no tempo e espaço).



**Figura 12.** Os experimentos do “Professor Pingüim” no “Laboratório Atomístico”.

#### **Experimento: Contrário visível**

Envolve a manipulação de cargas elétricas positivas e negativas. As situações-problema consistem na manipulação de unidades de elementos contrários.

Como exemplo temos as cargas elétricas contrárias que quando são unidas (uma a uma) pelo usuário se anulam (resultam em zero) e o que sobrou (ficou sem par) vai indicar a qualidade e a quantidade resultante da contradição.

Neste caso, o usuário tem uma caixa de cargas positivas e uma caixa de cargas negativas, de onde pode retirar a quantidade de cargas que precisar para realizar o experimento descrito pelo Professor Pingüim.

#### **Experimento: Contrário Invisível**

Envolve a manipulação da temperatura do Pólo Ártico. Neste caso, o zero é compreendido como par de contrários em equilíbrio, conceito físico de matéria atual. De acordo com seu objetivo, o usuário vai acionar o par de contrários em equilíbrio (invisível), clicando no “vazio”. Deste clique, surgirá um par de contrários, onde o símbolo positivo (+) representa uma unidade de calor e o símbolo negativo (-) representa uma unidade de frio.

Acreditamos que estas situações a serem enfrentadas pelos alunos possam auxiliá-los a pensar os contrários num contexto mais vasto, em “mão-dupla” (LIMA & MOISÉS, 1998), como aumento ou diminuição dos elementos que compõem a temperatura, frio e calor, diferenciando-os dos sinais (+) da adição e (-) subtração, dos símbolos (algébricos) usados para indicar os contrários (+) positivo e (-) negativo.

### **CONCLUSÕES**

O desenvolvimento do OA “O universo e seus contrários” segundo a perspectiva lógico-histórica libertou-nos das grades dos aspectos simbólicos do conceito números inteiros; das situações cotidianas isoladas e dos recursos mnemônicos utilizados para decorar as regras operatórias. Abordagens que tanto freqüentam as salas de aulas do ensino fundamental e que dão a sensação enganosa e mecânica do domínio fácil dos números inteiros.

Através da perspectiva lógico-histórica descobrimos a importância do papel da história do pensamento matemático no desenvolvimento de conceitos. Nesse sentido, apontamos as vantagens encontradas na adoção dessa perspectiva:

- Construção de um software educativo aberto composto por uma pluralidade de campos, com situações móveis e relacionadas por interseções horizontais.
- Contemplar uma diversidade de situações das quais partem os problemas que favorecem a abstração tanto quanto possibilitam que o dado abstraído se generalize, permitindo reconstruções diante de novos problemas. Pois os conceitos matemáticos traçam seus sentidos a partir de uma variedade de situações, ao se analisar “uma” dessas situações isoladamente, corre-se o risco de romper com suas relações conceituais.
- Percebemos os números inteiros como um conceito desenvolvido pelo homem na tentativa de explicar e representar aspectos da vida que os números naturais não alcançavam.
- Enxergar a Matemática em sua totalidade, através de “diferentes gêneros de pensamento e diferentes gêneros de abstração” (BOHM & PEAT, 1989) dentro de vários contextos histórico-culturais contribuiu significativamente no processo de apreender, selecionar e (re)construir os “links” mediadores da mudança no conceito números inteiros.
- A partir de uma análise histórica dos elementos presentes no imaginário dos primeiros Han da China Antiga no cálculo com números inteiros, conseguimos elaborar procedimentos condutores ao modo de pensar analógico, por semelhanças e equivalências dos chineses.
- Entrar em contato com características concretas e abstratas dos conceitos. Como por exemplo, a sincronia ou concorrência entre os opostos yin e yang (realidades reversíveis) em torno de um centro (zero) como primeira forma da negatividade desenvolvida pelo homem, apresentou-se como uma maneira interessante de alcançar um novo conceito de zero, um zero que se movimenta.
- A adaptação do instrumento de cálculo desenvolvido pelos chineses (os palitos vermelhos e pretos), tornou-se fundamental para explicitar a diferenciação entre os sinais

(+ ou -) operatórios – aqueles que indicam ação – e predicativos – aqueles que qualificam um estado, positivo ou negativo.

- Superação das influências da lógica formal desenvolvida em nossa formação escolar.
- Adequação às “linguagens das mídias eletrônicas” [2]: hipertextos, ícones, interfaces, elementos técnicos e estéticos da comunicação audiovisual e da informação.
- Os conceitos não se apresentam prontos e acabados. Logo, as imagens constituem poderosos apoios para a formação e criação de um pensamento ou idéia.
- Uso dos recursos computacionais a fim de ultrapassar os limites das propostas pedagógicas tradicionais com atividades que tendem a valorizar o exercício e a prática.

Portanto, entendemos que o lógico-histórico pode ser uma perspectiva metodológica e um instigante caminho didático na criação de recursos pedagógicos, inclusive computacionais para o ensino-aprendizagem dos números inteiros, estabelecendo a função da História da Matemática na sala de aula.

## REFERÊNCIAS

- [1] Aguiar V. T. de. (1996) O leitor competente à luz da teoria da literatura. Revista Tempo Brasileiro, Rio de Janeiro, 124, pp. 23- 34, jan.-mar.
- [2] Belloni M. L. (2002) Mídia-educação ou comunicação educacional? Campo novo de teoria e de prática. In: Belloni, M. L (Org.). A formação na sociedade do espetáculo. São Paulo: Loyola.
- [3] (2001) O que é mídia-educação. Campinas: Autores Associados.
- [4] Bohm, D. & Peat, F. D. (1989) Ciência, ordem e criatividade. Ciência Aberta. Trad. Jorge da Silva Branco. Lisboa. Gradiva – Publicações, L.<sup>da</sup>.
- [5] Boyer, C. B. (1996) História da Matemática. Trad. Elza S. Gomide. São Paulo, Editora Edgard Blucher Ltda.
- [6] Coelho N. N. (2000) Uma gramática da literatura Infantil. In: Literatura Infantil: Teoria, análise, didática. São Paulo: Moderna.
- [7] Crosby, A. W. (1999) A mensuração da realidade: a quantificação e a sociedade ocidental, 1250 - 1600. Tradução Vera Ribeiro. São Paulo: Editora UNESP. (UNESP/Cambridge).
- [8] Eves, H. (2004) Introdução à história da matemática. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP.
- [9] Kopnin, P. V. (1978) A dialética como lógica e teoria do conhecimento. Rio de Janeiro, Civilização Brasileira, 123 v. (Coleção Perspectivas do homem).
- [10] Lima, L. C & Moisés, R. P. (1998) O número inteiro: numerando movimentos contrários. São Paulo: CETEAC.
- [11] Lizcano, E. (1993) Imaginario Colectivo y Creación Matemática (La construcción social del número, el espacio y lo imposible en China y Grecia), Barcelona, Gedisa.
- [12] Lizcano, E. (2006) Metáforas que nos piensan, Sobre ciencia, democracia y otras Poderosas ficciones.
- [13] Moraes, M. C. (2001) O paradigma educacional emergente. Campinas-Sp: Papyrus.
- [14] Prado, E. P. de A. (2007) Os textos impressos para o ensino dos números inteiros na visão de licenciandos em matemática. Tese (doutorado) Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação.
- [15] Schubring, G. (2000) Rupturas no Estatuto Matemático dos números negativos. Trad. Rosa M. Mazo Reis. Boletim GEPEN. N° 37. pp. 51 – 64.
- [16] Sousa, M. do C. (2004) O ensino de álgebra numa perspectiva lógico-histórica: um estudo das elaborações correlatas de professores do ensino fundamental. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação.
- [17] Valente, J. A. (1999) (Org.) O computador na sociedade doconhecimento. Campinas: UNICAMP/NIED, 156 p.
- [18] \_\_\_\_\_. (2002) A espiral da aprendizagem e as tecnologias de informação e comunicação: repensando conceitos. In: JOLY, M. C. R. A. (org). A tecnologia no ensino: implicações para a aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo, pp.15-37.
- [19] Wiley, D. (2001) Connecting learning objects to instructional design theory: a definition, a metaphor, and taxonomy. 2001. Disponível em: <[www.reusability.org/read/chapters/wiley.doc](http://www.reusability.org/read/chapters/wiley.doc)>. Acessado em 14 novembro 2007.