

# LABORATÓRIO DE GEOMETRIA NA REDE

Vanda Santos  
ESTGV – IPV / CISUC University of Coimbra  
Portugal  
vsantos@estv.ipv.pt

Pedro Quaresma  
CISUC, Department of Mathematics, University of  
Coimbra  
Portugal  
pedro@mat.uc.pt

## RESUMO

O estudo da Geometria, nomeadamente a Geometria Euclidiana, é muito importante em qualquer grau de ensino, e isto dada a facilidade com que se estabelecem pontes entre as teorias geométricas e os seus modelos. Pela facilidade como se visualiza uma dada construção, pela facilidade como se estabelece a ponte entre uma sucessão de imagens e as propriedades que estão por de trás de um tal conjunto de imagens.

As ferramentas computacionais de geometria dinâmica (Dynamic Geometry Software, DGS) são, nesta área, auxiliares muito preciosos precisamente por permitirem estabelecer as pontes acima referidas.

No presente trabalho descreve-se um sistema, o Laboratório de Geometria na Rede (LabGeoRede) que permite integrar um DGS num ambiente de aprendizagem, alargando deste modo o âmbito de um dado DGS, convertendo-o de uma ferramenta isolada, para uma ferramenta em rede a ser utilizada de forma integrada num ambiente de sala de aula.

Como objectivo final do projecto em que ambos os autores deste trabalho estão envolvidos pretende-se integrar o LabGeoRede num ambiente de aprendizagem (LMS).

## Categories and Subject Descriptors

K.3.1 [Computer Uses in Education]: Computer-managed instruction (CMI).

K.3.2 [Computer and Information Science Education]: Computer science education.

## Termos Gerais

Management, Human Factors.

## Palavras Chave

Geometria, DGS, LMS.

## 1. INTRODUÇÃO

A área da geometria permite uma ligação fácil entre o abstracto e o concreto, entre a descrição formal de uma dada construção geométrica e uma sua representação concreta. Este facto leva a que, de uma forma “natural”, se utilize essa ligação em situações de aprendizagem, seja pela ilustração de um conceito introduzido de forma abstracta, seja pelo confirmar (ou não) teórico de algo que se visualizou através de uma dada figura geométrica. Desta forma a utilização dos recursos tecnológicos na aprendizagem da geometria é muito importante na medida em que providenciam ferramentas que permitem, de forma fácil e atractiva ao estudante, estabelecer as ligações entre o abstracto e o concreto, criando ambientes propícios à experimentação.

A utilização dos meios computacionais no ensino da geometria deve ser encarada como uma forma nova de conceber o ensino, ou seja, um novo instrumento de avaliação/diagnóstico durante as aulas. A aprendizagem da Matemática subentende que os alunos trabalhem, de formas diversificadas na sala de aula, não só ao nível da interpretação mas também ao nível da criatividade com recurso à utilização de ferramentas computacionais. No caso particular da geometria as ferramentas de geometria dinâmica permitem aos alunos desenvolver as suas capacidades de explorar, conjecturar e raciocinar logicamente. O facto de ser possível manipular os objectos matemáticos aumenta a confiança dos alunos, a possibilidade de se apresentar inúmeros exemplos num curto espaço de tempo permite aos alunos analisarem que algumas propriedades se mantêm invariantes. Estas actividades são também um estímulo à cooperação uma vez que é um veículo para a partilha de experiências.

As ferramentas de geometria dinâmica permitem construir e explorar uma grande variedade de figuras, demonstrações visuais de teoremas (e.g. o teorema de Pitágoras), gráficos, curvas, etc., que podem ser manipuladas interactivamente sem alterar as relações matemáticas implícitas na construção. A grande vantagem da ferramenta é que une a técnica ao raciocínio dedutivo, valorizando o pensamento geométrico, permitindo realizar acções independentes. A capacidade de explorar a parte visual de uma construção é um dos recursos mais fortes que a geometria dinâmica dispõe.

As ferramentas de geometria dinâmica têm o que é necessário para explorar os conceitos da Matemática, no entanto faltam-lhes as componentes necessárias à criação de um ambiente de aprendizagem colaborativo.

## 2. PROGRAMAS DE GEOMETRIA DINÂMICA & E-APRENDIZAGEM

As construções geométricas são etapas de construções primitivas em sequências específicas. Estas etapas de construção primitivas, chamadas de construções elementares são:

- construções (com régua) de rectas por dois pontos dados;
- construção de um ponto através da intersecção de duas rectas (se tal ponto existir);
- construção (com compasso) de um círculo tal que o seu centro é um ponto dado e o segundo ponto dado lhe pertence;
- construção de intersecções entre uma dada recta e um dado círculo (se tais pontos existirem).

Ao utilizar o conjunto de construções primitivas podemos definir construções compostas (por ex. construção de um ângulo recto, construção do ponto médio de um segmento, construção do segmento bissetor, etc.). Na descrição de construções geométricas, é habitual a utilização de construções avançadas assim como as mais elementares [8]. “A geometria dinâmica, cujas raízes podem ser encontradas nos gregos antigos e em outros matemáticos, como por exemplo em Clairault no século XVIII, que se baseia na ideia de movimentar elementos de figuras para ilustrar propriedades geométricas e demonstrar teoremas. A tecnologia dos computadores na década de oitenta possibilitou o desenvolvimento de programas, que permitem a manipulação de objectos por computador, com impacto e sucesso no ensino da Geometria elementar” [12]. A vantagem dos programas de geometria dinâmica é o de permitir actividades não só de exploração como também de pesquisa, pelo que constitui um valioso apoio a estudantes e professores. Pelas potencialidades que a ferramenta de geometria dinâmica oferece, o ensino/aprendizagem torna-se mais rico, mais estimulante e mais desafiante, permitindo ao aluno desenvolver a sua capacidade para explorar, conjecturar, raciocinar logicamente, utilizar e reflectir sobre a informação disponível. O tema geometria constitui uma área favorável ao desenvolvimento de tais capacidades. A ferramenta de geometria dinâmica é então vista como um forte instrumento de ensino da geometria pelas possibilidades que abre à visualização dinâmica dos objectos, pela possibilidade dada ao utilizador de alterar as posições dos objectos primitivos, e o programa, de forma automática, alterar de um modo consistente, toda a construção.

A introdução de um programa de geometria dinâmica permite o estabelecer de pontes entre a natureza formal, axiomática, da geometria (na maioria das vezes euclidiana), com os seus modelos (por exemplo, o modelo cartesiano) e correspondentes ilustrações. Com um programa de geometria dinâmica, podemos fazer experiências, ou seja, a aprendizagem pela experiência, e também podemos ter, de forma limitada, um ambiente

colaborativo. Para os programas de geometria dinâmica falta a capacidade de definir um ambiente de aprendizagem assíncrono e colaborativo [13]. A utilização deste tipo de ferramenta no ensino, permite ao aluno aprofundar mais a área da geometria valorizando as suas competências nesta área, “porque a geometria é, por excelência, um tema formativo no sentido mais amplo do termo que, pela resolução de problemas apropriados desenvolve variadas capacidades, desde a observação ao raciocínio dedutivo, ao mesmo tempo que deixa perceber verdadeiras conexões entre os vários temas da Matemática” [1], segundo o currículo do ensino Secundário em Portugal. Uma ferramenta de geometria dinâmica oferece um impacto visual mais forte do que a mera explicação analítica através de uma interface mais atractiva para os alunos.

## 3. LABORATÓRIO DE GEOMETRIA NA REDE

### 3.1 Programas de Geometria

Os programas de geometria dinâmica permitem uma fácil construção de figuras geométricas através da especificação de objectos livres e de objectos obtidos por construção, através de um conjunto de passos que implementam as construções elementares referidas acima. Os objectos livres são passíveis de ser manipulados modificando a sua posição, sendo que os objectos que foram obtidos a partir deste por construção também verão a sua posição modificada de forma a manter a coerência da construção. Os DGS permitem ainda executar tarefas mais complexas, como sejam transformações geométricas. As vantagens destas ferramentas de geometria dinâmica são várias e passam pela facilidade na sua utilização, pelo estímulo à criatividade e por fim pelo processo de descoberta. Várias são as ferramentas de geometria dinâmica disponíveis como por exemplo: *GeoGebra*, *Cinderella*, *GeometerSketchpad*, *C.a.R.*, *Cabri* e *GLCL* [3,5,7, 8,10,11].

A maioria das ferramentas de geometria dinâmica referenciadas permitem criar construções geométricas através de uma interface gráfico, permitindo manipular os vários objectos, tais como, pontos ou rectas. Alguns pontos e rectas podem ser manipulados livremente e outros podem ser criados para estabelecer relações nas construções. Algumas destas ferramentas podem-se caracterizar e resumir na seguinte tabela:

DGS	Geometrias Não Euclidianas	Licença	Exporta para a Rede	ATP (2)	Java Applets
Cabri <sup>1</sup>	Sim	Comercial	Sim	Não	Não
C.a.R. <sup>2</sup>	Sim	GPL (1)	Sim	Não	Sim
Cinderella <sup>3</sup>	Sim	Comercial	Sim	Sim	Sim

<sup>1</sup> [www.cabri.com/](http://www.cabri.com/)

<sup>2</sup> <http://zirkel.sourceforge.net/>

<sup>3</sup> [www.cinderella.de/](http://www.cinderella.de/)

				(3)	
GCLC <sup>4</sup>	Sim	GPL	Não	Sim	Não
Geometer-Sketchpad <sup>5</sup>	Sim	Comercial	Sim (4)	Não	Não
GeoGebra <sup>6</sup>	Sim	GPL	Sim	Não	Sim

**Tabela 1. Comparativo DGS**

(1) General Public License (2) Automated theorem proving (3) Com Computer Algebra System (CAS) externo (4) limitado

A maioria das ferramentas referidas (excepção para o C.a.R., GCLC e o GeoGebra) são de distribuição comercial, o que é uma desvantagem para quando se pretende desenvolver um projecto com larga difusão e utilização por alunos e professores de todos os níveis de ensino.

O GeoGebra, destaca-se de entre as ferramentas de distribuição gratuita descritas por possuir um modo de integração em página (*Java applet*) possuindo ainda uma interface de ligação com outros programas (API). Estas duas características permitem a sua fácil integração em ambientes de rede como uma ferramenta (módulo) de um eventual sistema mais complexo.

Em relação ao GeoGebra temos ainda que:

- É um programa de geometria dinâmica que contém recursos de geometria, álgebra e cálculo, possuindo todas as ferramentas tradicionais de um programa de geometria dinâmica: pontos, segmentos, rectas e secções cónicas, permitem inserir equações e coordenadas. As possibilidades do programa permitem mostrar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objecto que interagem entre si: a sua representação geométrica e a sua representação algébrica. É um programa de geometria dinâmico completo;
- A sua distribuição é gratuita permitindo a disponibilização do mesmo aos alunos para que estes possam instalar em suas casas. Assim, torna-se possível poderem praticar e explorar em casa os conteúdos leccionados nas aulas. Como os programas de distribuição gratuita são desenvolvidos pela contribuição e partilha de conhecimento, estimula-se junto dos alunos estas atitudes.

### 3.1.1 DGS no Ensino

No ensino secundário em Portugal é incentivada a utilização das ferramentas geométricas, tal como consta no respectivo programa curricular: “O computador, pelas suas potencialidades, nomeadamente nos domínios da geometria dinâmica, da representação gráfica de funções e da simulação, permite actividades não só de exploração e pesquisa como de recuperação e desenvolvimento, pelo que constitui um valioso

<sup>4</sup> <http://www.emis.de/misc/software/gclc/>

<sup>5</sup> <http://www.dynamicgeometry.com/>

<sup>6</sup> <http://www.geogebra.org/cms/>

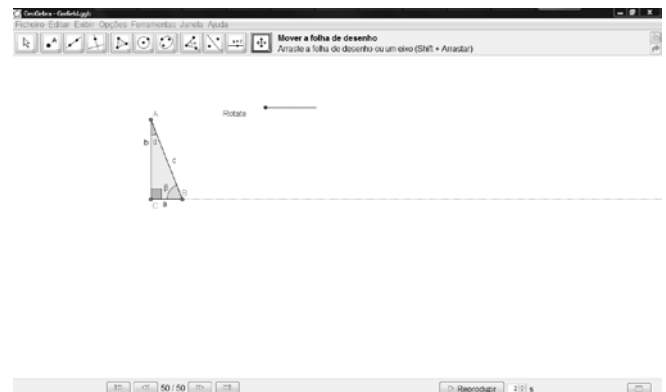
apoio a estudantes e professores, devendo a sua utilização considerar-se obrigatória neste programa.” [1].

A resolução de *puzzles* geométricos permite aos alunos conhecer e explorar melhor as figuras geométricas básicas.

A exploração do Teorema de Pitágoras do qual existem muitas provas visuais e que, sendo um resultado da antiguidade clássica, é ainda hoje um resultado muito importante, e com bastante impacto nos alunos (quem não sabe de cor o enunciado do Teoremas de Pitágoras) permite-nos uma ligação muito poderosa entre o carácter rigoroso da geometria e as suas visualizações.

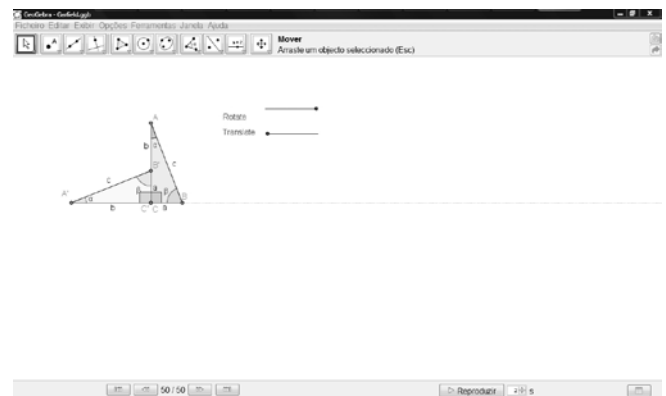
O Teorema de Pitágoras, fornece-nos um exemplo concreto de situação na qual a utilização dos DGSs é muito importante. O dinamismo que permitem permite-nos trabalhar as demonstrações visuais do teorema de forma muito apelativo (vejam-se, a este propósito os vídeos disponíveis em <http://www.cs.wichita.edu/~ye>). As figuras 1, 2 e 3 ilustram uma demonstração visual do teorema recorrendo à ferramenta GeoGebra.

A primeira figura, é a construção de um triângulo rectângulo.



**Figura 1. Construção de um Triângulo Rectângulo**

No segundo passo, ao utilizar o dinamismo, tornou-se possível pela utilização do DGS, roda-se o triângulo sobre o ponto do lado do ângulo recto.



**Figura 2. Rotação do triângulo**

No último passo faz-se a translação do segundo triângulo, e unem-se os vértices dos dois triângulos.

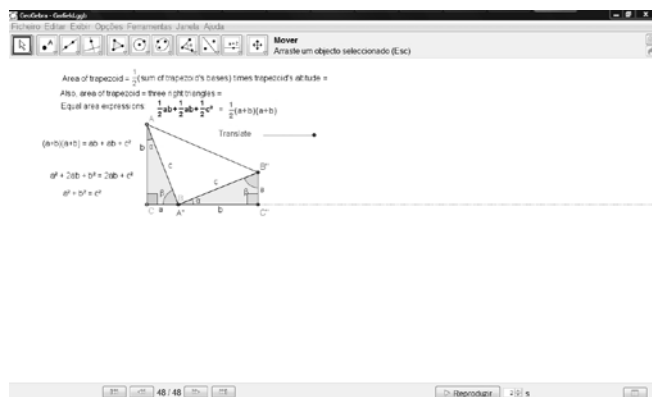


Figura 3. Construção do Trapézio

Podemos concluir que a imagem obtida é de um trapézio rectângulo. Com base nas relações das áreas dos triângulos e do trapézio chegamos à fórmula do Teorema de Pitágoras: “O quadrado da hipotenusa é igual a soma do quadrado dos catetos”.

Novamente se verifica que o GeoGebra é uma ferramenta muito versátil para a educação matemática nas escolas secundárias. No ensino de matemática a ferramenta da geometria dinâmica, GeoGebra, pode ser utilizado de muitas maneiras diferentes, tais como [6]:

- ferramenta para demonstração e visualização;
- ferramenta de construção;
- descobrir a matemática (Os alunos podem organizar o seu próprio conhecimento);
- preparação de material didáctico.

### 3.2 Laboratório de Geometria na Rede

Os autores criaram, numa primeira abordagem, um curso de ensino à distância introduzindo a ferramenta GCLC, numa página da Rede (<http://hilbert.mat.uc.pt/GeoGCLC>), onde todos os objectos e construções disponíveis em GCLC [8] são descritos em detalhe, oferecendo também uma bancada de trabalho onde o utilizador pode interactivamente usar o GCLC. Esta página serviu de base à integração do GCLC num curso e-Aprendizagem sobre os fundamentos da geometria implementado numa plataforma de gestão de aprendizagem LMS, no caso concreto o Moodle<sup>7</sup>, (<http://hilbert.mat.uc.pt/Moodle/course/view.php?id=34>) como um novo objecto de aprendizagem [13]. Os objectos de aprendizagem são a base para a criação de conteúdos e para a agregação de conteúdos no domínio da aprendizagem, são definidos como sendo uma qualquer entidade, digital ou não digital, que pode ser utilizada, reutilizada ou referenciada durante a aprendizagem [14]. No entanto, dado que o GCLC é um executável (criado a partir de um programa em C++), não

<sup>7</sup> <http://moodle.org>

passível de incorporar directamente numa página da Rede, a componente dinâmica do DGS estava ausente.

Com o desenvolvimento do sistema “Laboratório de Geometria na Rede” (LabGeoRede)<sup>8</sup> pretende-se integrar um programa de geometria dinâmica, no presente caso o sistema GeoGebra, num ambiente de rede e com memória individualizada. Isto é, pretende-se fazer a integração de um DGS numa página da Rede (através da utilização do *Java applet* do GeoGebra) com uma ligação a uma base de dados.

Tal sistema permite: ao professor criar, guardar e disponibilizar aos seus alunos um conjunto de construções geométricas; ao aluno permite o acesso às referidas construções assim como a um “bloco de notas” pessoal, aonde o aluno guarda as suas próprias construções, soluções dos problemas propostos pelo professor e/ou as suas próprias actividades de exploração. O professor tem ainda acesso às construções realizadas pelos alunos como forma de poder avaliar o trabalho realizado, ou ainda como forma de disponibilizar o trabalho desenvolvido por um dado aluno à restante classe.

Um tal sistema é fácil de instalar num dado servidor de uma escola, requerendo para tal:

- um servidor de rede (local ou mesmo global) o qual albergaria as páginas que constituem o LabGeoRede, as quais incorporam o DGS (*applet*), assim como todo o interface de utilização dos professores e alunos;
- computadores contendo um navegador (“web browser”) com ligação à rede, para os professores e alunos poderem aceder ao sistema.

O sistema LabGeoRede está organizado em três módulos distintos:

- O módulo de gestão que permite “inscrever” os professores que terão acesso ao sistema;
- O módulo “professores” o qual permite o acesso (com validação) aos professores. Através deste módulo é possível fazer a gestão de alunos; dá também acesso à componente da criação, através do DGS, das construções de acesso global; finalmente dá acesso, só em modo leitura, aos “blocos de notas” dos alunos para efeito de validação do trabalho efectuado por estes;
- O módulo “aluno” dá acesso, através de um processo de validação, aos alunos os quais terão, por sua vez, acesso, só de leitura, às construções criadas pelos professores, assim como ao seu “bloco de notas”, conjunto de construções que cada aluno criará, utilizando o DGS, e que serão individuais, sendo que cada aluno só terá acesso ao seu “bloco de notas”.

O LabGeoRede ao implementar um ambiente de Rede com memória permite uma interacção fácil com o DGS, sem necessidade de instalação do referido programa em todos os computadores individuais. A imposição de um navegador para

<sup>8</sup> Uma instalação piloto está acessível em: <http://hilbert.mat.uc.pt/WebGeometryLab>

utilizar o sistema é, actualmente, não relevante dado a sua ubiquidade.

Por outro lado a utilização do LabGeoRede não fica confinado à escola podendo ser alargado à rede global, permitindo deste modo a sua utilização a partir das casas de cada um dos professores/alunos.

Por fim, ao individualizar o trabalho de cada aluno, permite um determinado grau de adaptação a diferentes situações de aprendizagem encontradas pelos diferentes alunos.

Em termos técnicos o sistema LabGeoRede está pensado de forma a ser independente da plataforma computacional escolhida pela escola para o servidor (Servidor da Rede (e.g. Apache); PHP; MySQL), assim como para os diferentes clientes (um qualquer Navegador; JavaScript; AJAX; Java). Além disso na sua implementação teve-se em conta a necessidade de adaptação a diferentes idiomas, sendo que o sistema é, de base, internacional (Inglês), existindo desde já algumas adaptações, nomeadamente ao Português.

O sistema LabGeoRede define um ambiente de rede em que é possível a gestão de trabalhos, característica que uma simples inclusão do *applet* do GeoGebra não nos dá, esta plataforma vai complementar a acção do GeoGebra no ensino. Esta forma de abordagem é nova no ensino da Matemática, com a utilização das ferramentas de geometria dinâmica, pois permite uma gestão dos trabalhos desenvolvidos pelos alunos, permitindo ao professor um melhor acompanhamento dos mesmos e permitindo ao aluno a definição de percurso de aprendizagem individualizados.

### 3.2.1 Caso de Estudo

Vejamos um possível exemplo de utilização do sistema LabGeoRede. O objectivo é que o aluno represente os pontos notáveis de um triângulo (incentro, circuncentro, ortocentro e baricentro). As figuras seguintes ilustram um possível desenrolar da aula preparada previamente pelo professor.

O professor poderá disponibilizar uma primeira parte da construção, que o aluno irá descarregar. Temos por exemplo a figura 4, que começa pela construção de um triângulo qualquer. Nesta parte o professor poderá falar sobre as definições dadas anteriormente sobre ponto, segmento de recta e ângulo.

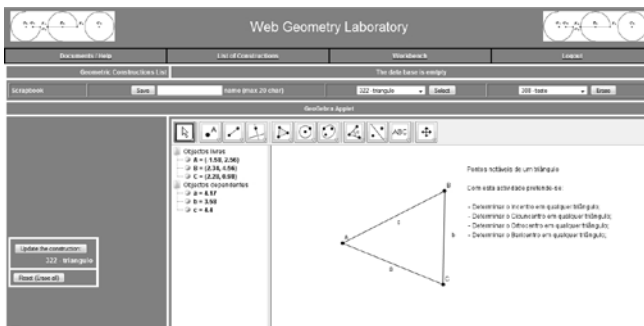


Figura 4. Construção do Incentro de um triângulo

Durante a aula os primeiros passos são dados pelo professor, seja no próprio sistema recorrendo a um projector de vídeo para que toda a classe o possa visualizar, seja no quadro (interactivo ou não). A figura 5 ilustra o caso em que o professor recorreu ao próprio sistema, tendo o professor construído as bissectrizes. O professor pode aproveitar para desenvolver o tema sobre congruências.

Dependendo da planificação da aula que o professor tenha estruturado, os alunos podem concretizar este primeiro passo, individualmente ou com entajada, ou então, para deixar tempo para os outros passos, descarregar as construções feitas pelo professor e avançar para os passos seguintes de modo a poder abordar os assuntos pretendidos.

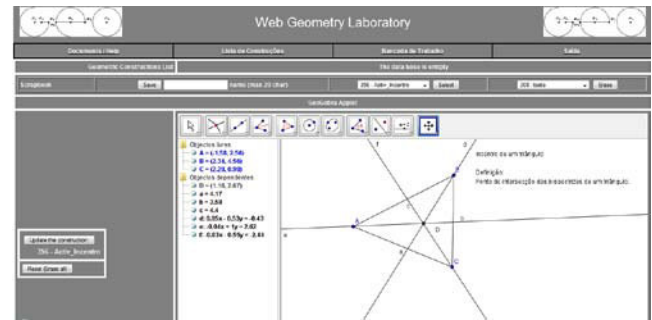


Figura 5. Construção das Bissectrizes

O professor ao longo da aula poderá sugerir alguns passos na realização de algumas tarefas e explicar os conceitos que estão inerentes em cada passo. Na figura 6, através do ponto de intersecção das bissectrizes pode-se construir uma circunferência sendo o raio definido desde o ponto de intersecção até um dos lados do triângulo. Finalizando com a apresentação da solução final da actividade proposta.

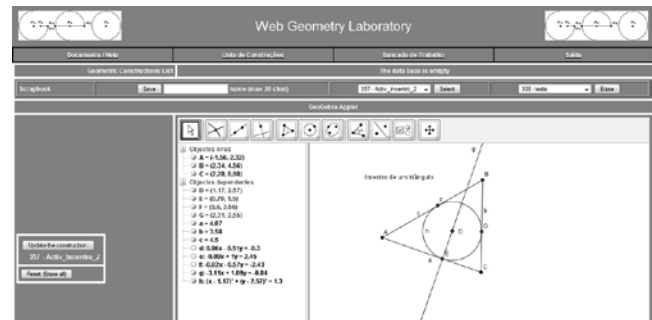


Figura 6. Construção da Circunferência Circunscrita

No fim da aula o professor poderá explorar as propriedades do incentro de um triângulo, na figura 7, tais como, “Será que esta característica é o mesmo em qualquer triângulo?”.

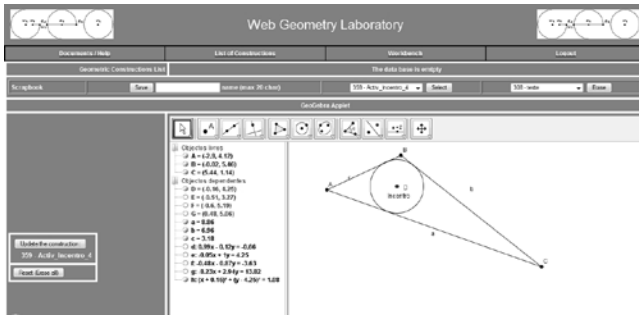


Figura 7. Exploração das Propriedades do Incentro

Se for algum trabalho para avaliação o professor poderá ainda ver e guardar os trabalhos desenvolvidos pelos alunos e encerrar a aula.

Dado o carácter de aplicação em Rede do LabGeoRede o professor poderá propor, após a aula, aos alunos actividades a serem resolvidas em casa ou mesmo a exploração de outras actividades a serem avaliadas durante uma próxima aula.

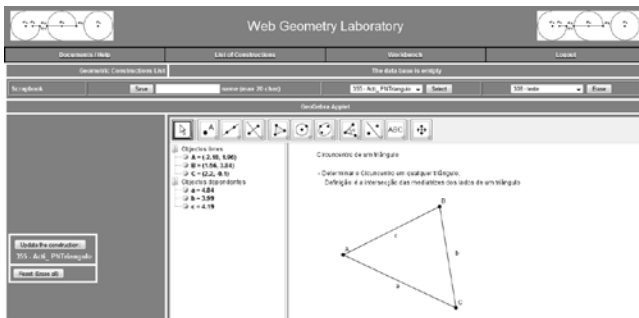


Figura 8. Circuncentro

O aluno, por sua vez, pode continuar a explorar o tema em casa. Por exemplo pode construir os restantes pontos pedidos, tendo acesso à resolução/solução dos problemas dados, temos por exemplo a construção do circuncentro, onde o aluno terá de traçar as mediatrizes dos lados de um triângulo, (figuras 8 e 9).

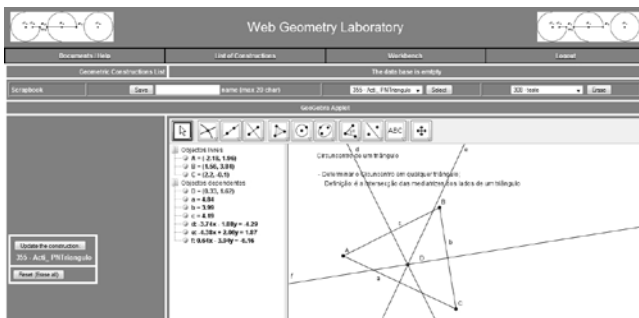


Figura 9. Construção das Mediatrizes

As soluções dos restantes pontos podem ser, a seu tempo, disponibilizadas pelo professor, de modo a permitir ao aluno a verificação do seu trabalho (figura 10).

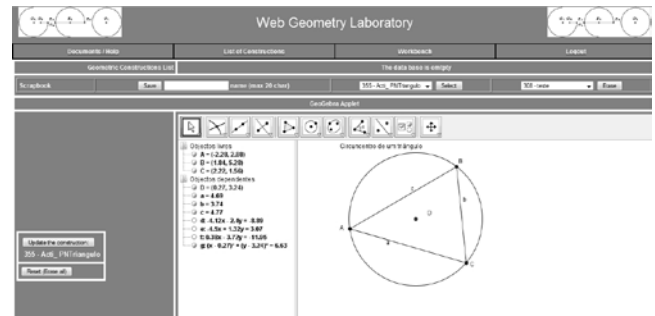


Figura 10. Solução do problema

O mesmo se passa com a construção do ortocentro e do baricentro de um triângulo. Nesta fase o aluno terá de recordar os conceitos de altura de um triângulo e o centro de gravidade de um triângulo, que podemos ver nas figuras 11 e 12, respectivamente.

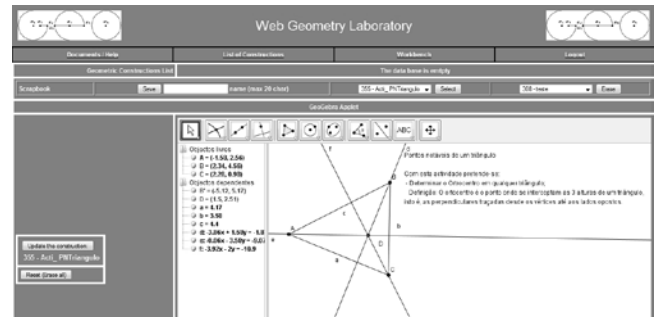


Figura 11. Ortocentro de um triângulo

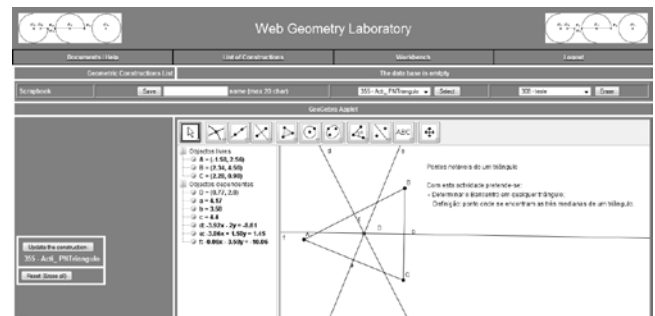


Figura 12. Baricentro de um triângulo

O objectivo desta planificação de aula é trabalhar o ponto médio de um segmento, os ângulos, recta perpendicular, altura de um triângulo, o segmento de recta e a recta. Após a realização das várias tarefas há ainda a possibilidade do professor explorar e questionar os alunos sobre o assunto abordado, por exemplo, “Na construção do incentro, ao traçar as bissetrizes de cada um

dos ângulos do triângulo, o que acontece quando movimentamos os vértices? Será que essa característica acontece em todos os triângulos?”.

Com o conhecimento prévio sobre a utilização do GeoGebra, os alunos são capazes de explorar e redescobrir conceitos da matemática de formas diferentes, utilizando a ferramenta de geometria dinâmica.

### 3.2.2 As Limitações do GeoGebra/LabGeoRede

A grande vantagem da ferramenta de geometria dinâmica GeoGebra é o facto de possuir um *Java applet*, assim como um *API* os quais permitem incorporar o GeoGebra numa página de rede. No caso do LabGeoRede esse potencial foi aproveitado de forma a criar uma interface em que a utilização do GeoGebra se cruza com o acesso a uma base de dados. Do lado do utilizador a vantagem é o acesso que se obtém ao DGS que pode ser utilizado dentro de um navegador da Rede, sem qualquer instalação necessária (além do “plugin” do Java) [2] as restantes funcionalidades (acesso à base de dados) são providenciadas pelo servidor e pela ligação deste ao DGS (API do GeoGebra). Mas a ferramenta tem limitações que levam a que não possa ser utilizada como um sistema de gestão de aprendizagem e que a sua incorporação no LabGeoRede não soluciona completamente. Um sistema de gestão de aprendizagem tem a particularidade de criar um ambiente colaborativo, um sistema cujo principal objectivo é o suporte à aprendizagem (possibilita a administração, apoio pedagógico, gestão e distribuição de conteúdos aos alunos), em ambiente síncrono/assíncrono. O sistema LabGeoRede não possui todas estas capacidades. Em conclusão, com um sistema como o LabGeoRede ainda não temos um ambiente colaborativo de aprendizagem, onde o professor/aluno possam desenvolver uma actividade, explorar e guardar os seus trabalhos, tal como num módulo de aprendizagem Moodle que é descrito com pormenor na secção seguinte.

## 4. AMBIENTES DE APRENDIZAGEM

Com a construção do LabGeoRede pretendeu-se disponibilizar uma página da Rede com integração de um DGS (GeoGebra) e uma base de dados (MySQL) onde, tanto o professor como os alunos, disponham das ferramentas necessárias ao estudo das teorias e dos modelos da geometria Euclidiana de forma a entender a ponte que liga estas duas perspectivas, explorando a natureza axiomática da geometria, como ilustra a figura 13 (ilustração do Teorema de Pappus). Isto é, pretendeu-se criar um ambiente de aprendizagem que permita aos alunos testarem e aprofundarem os seus conhecimentos.

O objectivo final do trabalho que está a ser desenvolvido é o de incorporar ferramentas interactivas, DGSs e ATPs com o suporte de uma base de dados que disponibilize uma memória individualizável, num sistema de gestão de aprendizagem, de forma a disponibilizar a alunos e professores um ambiente de e-Aprendizagem adaptativo. Embora hajam já outras aproximações em que se pretende integrar as capacidades de uma plataforma com diferentes tipos de questões abertas com uma ferramenta de geometria dinâmica [9], os autores consideram que a incorporação das ferramentas acima referidas como módulos de um LMS vai além das actuais propostas.

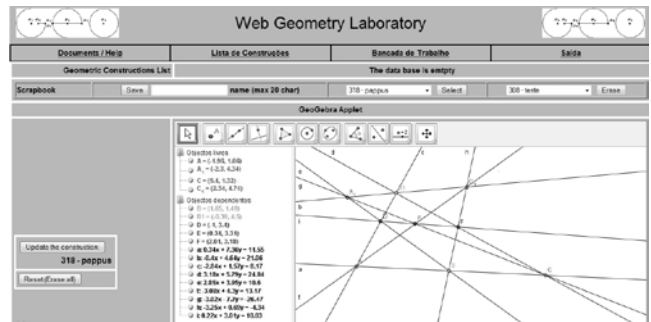


Figura 13. Teorema de Pappus

Numa primeira tentativa de integração de ferramentas num sistema único, construiu-se um curso de e-Aprendizagem com incorporação de um DGS e de uma base de dados, ver figura 14. Pretende-se no entanto com o trabalho que está a ser desenvolvido construir um módulo Moodle<sup>9</sup> de geometria dinâmica, de forma a poder aproveitar todas as potencialidades oferecidas por um LMS.

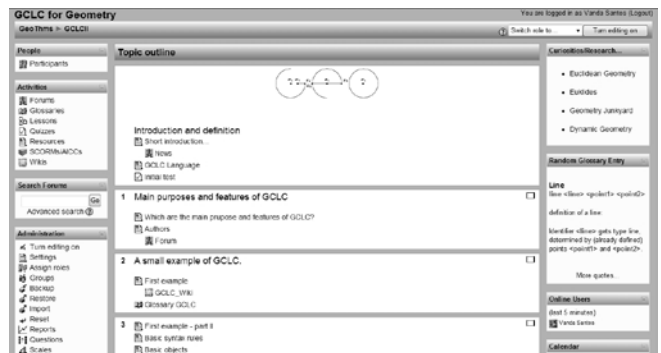


Figura 14. GeoGCLC

O Moodle é um sistema de gestão de cursos capaz de lidar com um grande número de cursos e utilizadores. É gratuito, de código aberto sob a licença pública GNU, e tem uma interface para a criação de módulos a qual permite a incorporação de novas funcionalidades ao sistema base [4].

Um sistema de gestão de aprendizagem tem como finalidade suportar o processo de aprendizagem de cada aluno, permitindo a cada um e durante a sua aprendizagem, a utilização de meios electrónicos, sem barreira físicas e de forma assíncrona. É ainda um meio de aprendizagem colaborativa com a particularidade de promover a aprendizagem através de esforços colaborativos entre os alunos que trabalham numa determinada tarefa na sala de aula ou num trabalho de grupo. A integração da ferramenta de geometria dinâmica neste tipo de sistemas torna o sistema mais enriquecedor pois permite ao aluno explorar temas de geometria de forma a superar algumas (não todas necessariamente) eventuais dificuldades ou lacunas que possam ter.

Ao se propor a integração destas três funcionalidades; DGS, bases de dados (para uma memória individualizável), e

<sup>9</sup> A escola do Moodle deve-se ao facto do mesmo ter sido adoptado no sistema educativo Português.

eventualmente ATPs, num LMS pretende-se disponibilizar a professores e alunos um ambiente de aprendizagem adaptativo, um espaço de construção de conhecimento.

## 5. CONCLUSÃO

A integração de ferramentas de geometria dinâmica no ambiente escolar permite diversificar o estudo da geometria potenciando o seu lado dinâmico. Um dos objectivos é o de colocar o aluno frente a uma “demonstração visual” de vários casos de estudo. A capacidade em perceber representações diferentes de uma mesma construção é um ponto estratégico para o desenvolvimento do aluno e o controle sobre configurações geométricas levam a descobrir propriedades novas e interessantes. O processo de aprendizagem permite experimentar, criar estratégias, fazer conjecturas, argumentar e deduzir propriedades matemáticas. A partir de manipulação concreta dos objectos passam para a manipulação abstracta concretizando deduções com mais rigor, conduzindo ao raciocínio matemático. Os autores têm a convicção, que :

- ao utilizar uma ferramenta de geometria dinâmica o aluno desenvolve a capacidade de visualizar; de fazer conjecturas; de trabalhar simultaneamente com números, calcular ou relacionar áreas e volumes; trabalhar com proporções na semelhança de figuras; trabalhar com expressões algébricas;
- ao desenvolver o LabGeoRede que concilia um DGS num ambiente de estudo, permite criar um ambiente de ensino integrador de alunos e professores;
- há a necessidade de integrar a ferramenta de geometria dinâmica num módulo de LMS, pois os sistemas de gestão de aprendizagem (por exemplo, o Moodle, Claroline<sup>10</sup>, WebCT<sup>11</sup>) são sistemas que foram feitas para apoiar o processo de aprendizagem. Com estes sistemas é possível criar um ambiente colaborativo assíncrono (mas também com algumas características síncronas), onde a aprendizagem pela experiência pode ser misturado com outras formas de aprendizagem.

## 6. TRABALHO FUTURO

A combinação das ferramentas de geometria dinâmica, bases de dados de problemas, de demonstração automática de teoremas, e de sistemas de gestão de aprendizagem, criando uma bancada de trabalho onde o estudante possa explorar construções, transformando-as e até criar novas construções e guardar numa pasta pessoal de forma a ser possível construir um curso de e-Aprendizagem em que todas estas potencialidades possam ser disponibilizadas ao formador e ao estudante é, tanto quanto sabemos, inexistente. A sua concretização é o objectivo do trabalho que está a ser desenvolvido pelos autores. Um sistema dinâmico onde o aluno tem à sua disposição as ferramentas necessárias para o estudo das teorias e dos modelos da geometria Euclidiana, perceber as diferenças e ligações entre estas duas perspectivas, melhorar os seus conhecimentos. Um

sistema em que o aluno possa também ser desafiado por novos problemas. Um sistema que permita também criar um ambiente de ensino à distância adaptativo, proporcionando ao aluno a possibilidade de desenvolver e melhorar o seu estudo na área da geometria em qualquer lugar, em qualquer hora e ao seu próprio ritmo.

## REFERÊNCIAS

- [1] Departamento do Ensino Secundário: Matemática A, Cursos Gerais de Ciências Naturais, Ciências e Tecnologias, Ciências Sócio-Económicas.
  - [2] Fest, A. 2010. *Adding Intelligent Assessment - A Java Framework for Integrating DGS into Interactive Learning Activities* I2GEO.
  - [3] Grothmann, R. 1996. *C.a.R. – Compass and Rules*. <http://compute.ku-eichstaett.de/MGF/wikis/caruser/doku.php?id=history> (consultado em Setembro 2010) .
  - [4] Gutierrez, E. , Trenas, M. A., Ramos, J., Corbera, F. and Romero, S. 2010. *A new Moodle module supporting automatic verification of VHDL-based assignments*. In Computers & Education, 562–577, Elsevier.
  - [5] Hohenwarter, M. 2002. *GeoGebra - a software system for dynamic geometry and algebra in the plane*. Master's thesis, 228 pages, University of Salzburg, Austria.
  - [6] Hohenwarter, M., & Fuchs, K. 2005. *Combination of Dynamic Geometry, Algebra and Calculus in the Software System GeoGebra*. In: Computer Algebra Systems and Dynamic Geometry Systems in Mathematics Teaching Conference. Pecs, Hungary.
  - [7] Jackiw, N. 2001. *The Geometer's Sketchpad v4.0*. Emeryville: Key Curriculum Press.
  - [8] Janičić, P. 2006. *GCLC — a tool for constructive euclidean geometry and more than that*. Lecture Notes in Computer Science, 4151:58–73.
  - [9] Kreis, Y., Dording, C., Porro, V. and Jadoul, R. 2010. *Dynamic mathematics and computer-assisted testing: GeoGebra inside TAO*, I2GEO.
  - [10] Laborde, J. M. and Strässer, R. 1990. *Cabri-géomètre: A microworld of geometry guided discovery learning*. International reviews on mathematical education-Zentralblatt für didaktik der mathematik, 90(5):171–177.
  - [11] Richter-Gebert, J. and Kortenkamp, U. 1999. *The Interactive Geometry Software Cinderella*. Springer.
  - [12] Santos, J. M. 2003. *O Software de Geometria Interactivo Cinderella*. PortoMat2003.
  - [13] Santos, V. & Quaresma, P. 2008. *eLearning course for Euclidean Geometry*, Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Advanced Learning Technologies, July 1st- July 5th, Santander, Cantabria, Spain, pp. 387–388.
- Wiley, D. 2000. *Connecting learning objects to instructional design theory: A definition, a metaphor, and a taxonomy*, Utah State Universit.

<sup>10</sup> <http://www.claroline.net/>

<sup>11</sup> <http://www.blackboard.com/>